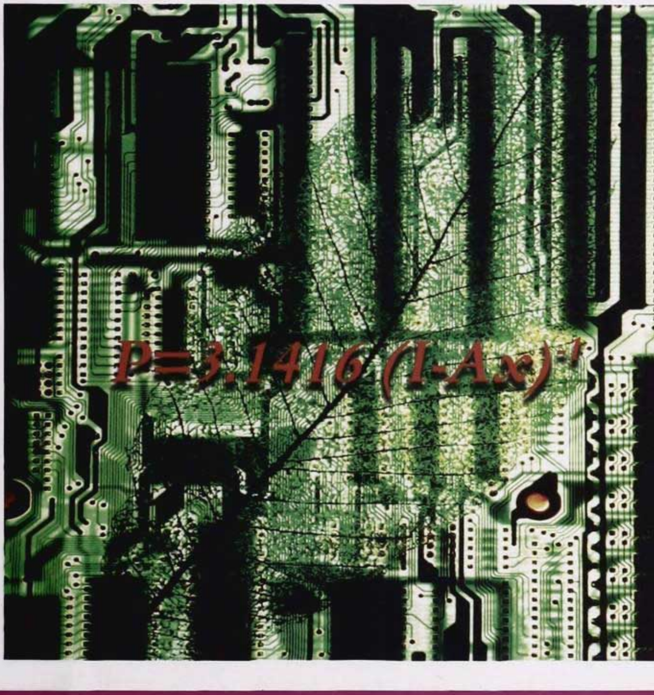
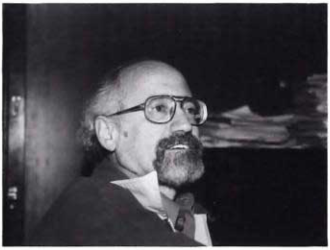
Un modelo de precios y cantidades con técnica de insumo-producto

Paula Ortuño Sánchez y Héctor Félix Cervini Iturre



UNIVERSIDAD AUTONOMA METROPOLITANA
Casa abierta al tiempo Azcapotzalco



HÉCTOR FÉLIX CERVINI ITURRE egresó en 1969 de la carrera de Contador Público Nacional en la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional de Cuyo, Argentina, y en 1973 obtuvo el título de maestro en Economía en la Escuela de Economía de la Universidad Católica de Chile. Se desempeñó como asesor de la Dirección General de Política Económica y Social del Gobierno Federal de México (1983-1986) para la elaboración de modelos económicos y como consultor del Banco Interamericano de Desarrollo (BID) asignado al Departamento Nacional de Planeación (DNP) del Gobierno de Colombia (1988-1991), para la estimación de precios sociales mediante la aplicación de la técnica de insumo-producto. Desde 1977 es profesor investigador del Área de Economía Matemática del Departamento de Economía de la División de Ciencias Sociales de la UAM-Azcapotzalco, donde imparte cursos sobre insumo-producto y evaluación social de proyectos.

UN MODELO DE PRECIOS Y CANTIDADES CON TÉCNICA DE INSUMO-PRODUCTO

Colección
Libros de Texto y Manuales de Práctica

Serie
Material de apoyo a la docencia
(Teoría y prácticas de laboratorio; problemarios)

Un modelo de precios y cantidades con técnica de insumo-producto

Héctor Cervini Iturre
María Paula Ortuño Sánchez

UNIVERSIDAD AUTONOMA METROPOLITANA
Casa abierta al tiempo Azcapotzalco

Portada: Pablo Vargas

Composición tipográfica, diseño, producción y cuidado editorial
Sans Serif Editores, tel. 5611 37 30, telfax 5611 37 37

Primera edición 2000

ISBN: 970-654-079-2

Impreso en México
Printed in Mexico

PRESENTACIÓN

En el presente trabajo se expone un modelo para solucionar numéricamente un sistema de variables económicas desagregadas, a precios constantes y corrientes, que se puede aplicar a la economía de México. Este Modelo (en lo sucesivo así lo escribiremos) se basa en la metodología insumo-producto, que permite tratar en forma desagregada las actividades económicas incluidas en el mismo. Está integrado, a su vez, por dos módulos centrales: un modelo de índices de precios y un modelo de cantidades. Adicionalmente, conforme a la solución de ambos módulos, también es posible obtener el valor de las variables a precios corrientes.

En general, un modelo intenta captar y formalizar la "estructura real" del sistema social, es decir, el conjunto de relaciones entre los diferentes fenómenos. Sin embargo, puesto que estas relaciones tienen diversas y complejas manifestaciones, todo modelo es un instrumento limitado, ya que no es posible captar todas las relaciones reales. En particular, un modelo de programación tiene como función principal apoyar las tareas que realiza el gobierno con el propósito de lograr los objetivos de la política económica. Su fin primordial es ofrecer información que permita, en el marco de una estructura integral, evaluar propuestas alternativas, con el fin de asegurar la consistencia y congruencia entre las diferentes metas y objetivos.

Un modelo de programación se construye sobre la base de tres elementos: las teorías, los hechos y los instrumentos aceptados. Las teorías son hipótesis sobre los órdenes de causalidad que permiten proponer formalizaciones específicas sobre las relaciones entre las variables; los hechos permiten someter a juicios estas formalizaciones; y, finalmente, los instrumentos de política son las herramientas mediante las cuales el gobierno actúa sobre el sistema para tratar de lograr los objetivos de la política económica. La articulación formal de estos tres elementos en un modelo de programación, combinado con el conjunto de preferencias político-sociales del sistema y las expectativas acerca de las variables no controladas, contribuye a formular un conjunto coherente de acciones, al que llamaremos el *programa calculado*.[1]

Una vez establecido, el programa calculado se somete a ajustes o modificaciones a partir de dos tipos de elementos: las consideraciones adicionales y los eventos. Las primeras constituyen juicios sobre la viabilidad o conveniencia de los resultados del programa calculado. Normalmente, estos juicios requerirán la participación activa de funcionarios con amplia experiencia práctica o de políticos con sensibilidad para apreciar y evaluar estos resultados. Los segundos son hechos que,

[1] Respecto a las variables no controladas, si bien están formalmente incorporadas en el modelo, no es posible actuar sobre ellas. Sin embargo, se pueden formular juicios *a priori*, es decir, expectativas sobre las mismas, las que, obviamente, podrán no coincidir con los valores que efectivamente tomen estas variables en el futuro. Ejemplos de variables no controladas son los precios internacionales de los productos que importa la economía doméstica, puesto que, en general, ellos no dependen de los niveles de importación, sino de las condiciones que prevalecen en los mercados internacionales.

sin estar incluidos formalmente en el Modelo, deben tomarse en cuenta en el análisis de los resultados.

Luego de ajustar el programa calculado se obtiene un nuevo programa, al que llamaremos el *programa adoptado*, el que podrá finalmente diferir del programa *efectivamente* realizado. Las razones de este "desvío" son, nuevamente, las consideraciones adicionales y los eventos. Así, el *programa realizado* constituye el uso real de los instrumentos, es decir, el conjunto de acciones efectivamente realizadas por las instituciones comprometidas con el programa.

En consecuencia, la construcción de este tipo de modelos no debe concebirse como algo definitivo, sino como un proceso de modificaciones y extensiones de acuerdo con nuevas evidencias y problemas. Esto no significa, sin embargo, que las modificaciones sean continuas. Puesto que un modelo puede integrar una cantidad apreciable de variables y parámetros, esto requiere, además del costo de programación y computación, del adiestramiento adecuado de los usuarios potenciales del mismo que permita su uso con cierto grado de sencillez. No es posible, entonces, cambiar permanentemente la estructura de un modelo.

El Modelo que aquí presentamos puede clasificarse como un modelo de programación. A lo largo del trabajo trataremos detalladamente al mismo; aquí sólo nos interesa presentar una idea introductoria de su estructura y de las posibles aplicaciones relacionadas con la formulación de la política económica en el proceso de programación. En cuanto a la estructura del Modelo, interesa destacar los siguientes aspectos:

i) Tiene una representación interna de las cuentas nacionales de México, apegándose estrictamente a sus reglas y definiciones contables y a los requerimientos de consistencia derivados de las mismas.[2] Esta información se ordena en un sistema de cuentas que constituye la base contable del Modelo, cuyo contenido se integra en un módulo que llamaremos *sistema de cuentas*.

ii) Tiene dos módulos centrales: el *modelo de precios* y el *modelo de cantidades*. En la formulación original de Leontief, ambos modelos se pueden resolver independientemente uno del otro. En el modelo que aquí se presenta, esto último no es posible, puesto que los mismos se hallan ligados por medio del submodelo de consumo privado, como veremos a continuación. Conforme a la estructura del Modelo, primero debe resolverse el modelo de precios, para después resolver el modelo de cantidades, con base en los índices de precios obtenidos en el primero. Concretamente, para poder solucionar la función consumo se requiere contar con el índice general de precios y los índices de precios correspondientes a las distintas actividades de consumo, información que se obtiene de la solución del modelo de precios.[3]

iii) El modelo de precios consiste en un sistema de índices de precios de las actividades de producción y de demanda final, cuya solución permite calcular endógenamente los mismos con base en los valores provistos para los índices de precios exógenos del sistema. Entre estos últimos se encuentran tanto los instrumentos de política como aquellos precios sobre los que el gobierno no tiene control. Así, por ejemplo, los precios de algunas de las actividades de producción pueden ser exógenos cuando los mismos sean concertados con los productores o bien estén regulados por alguna entidad pública. De igual forma, también pueden tratarse como exógenos los precios de las actividades de importación y de exportación, en virtud de que los mismos están predeterminados en una economía relativamente pequeña, como es el caso de México.

iv) En el modelo de cantidades, los niveles de las actividades de producción se determinan por

[2] En la presentación actual, el Modelo se ilustra con datos correspondientes al año 1970, pero es factible, con poco trabajo adicional, elaborar las bases de datos para 1975, 1980 y 1990.

[3] Estrictamente, existe también la posibilidad de obtener estos índices directamente de los datos históricos correspondientes, en cuyo caso la solución del modelo de cantidades no requerirá la solución del modelo de precios.

la demanda. El consumo privado se determina mediante un submodelo, mientras que los demás componentes de la demanda final (formación bruta de capital fijo, consumo del gobierno, variación de existencia y exportación) son exógenos. Las importaciones se calculan endógenamente, con base en los requerimientos directos de importaciones de las diferentes actividades, tanto de producción como de demanda final. Por último, interesa destacar que, al igual que en el caso de los precios, el Modelo permite determinar exógenamente el nivel de las actividades de producción que se considere pertinente, ya sea por razones como la existencia de una capacidad instalada máxima o porque se proponga como meta de política.

v) Finalmente, con base en las soluciones obtenidas para los modelos de precios y de cantidades, se calcula el valor a precios corrientes de las variables incluidas en el Modelo. Estos cálculos se realizan por medio de un módulo que llamaremos *modelo a precios corrientes*.

Como se ha visto, el Modelo tiene un conjunto de variables exógenas que son las que permiten configurar escenarios alternativos para obtener los resultados. Estas variables exógenas pueden clasificarse en dos grupos: el primero está formado por aquellas sobre las que el gobierno no tiene ningún tipo de control; por ejemplo, los precios de las importaciones. El segundo está integrado por los instrumentos o parámetros de política económica, los que se analizan a continuación, con el fin de explicar la relación del Modelo con la formulación de la política económica en el proceso de programación.

El gasto público es uno de los instrumentos con el cual el gobierno atiende directamente prioridades y demandas en la prestación de servicios, tales como educación, salud, seguridad pública, etc. El gasto público se traduce en un vector de consumo del gobierno dentro del Modelo, el que permite cuantificar los efectos directos e indirectos de distintas composiciones y montos del mismo y evaluar con cuál de ellas se logran las metas propuestas en forma más satisfactoria.

Las empresas públicas constituyen otro instrumento con el cual el gobierno interviene para el logro de los objetivos de la política económica. Por medio de las empresas públicas el gobierno participa en la producción de bienes y servicios, responsabilizándose así del desarrollo de sectores estratégicos; realiza gastos de inversión pública, con el propósito de ampliar la capacidad de producción de estas unidades, y determina precios y tarifas de los bienes y servicios producidos por las mismas, influyendo así, directa e indirectamente, en el comportamiento de los precios en general.

La política de producción de las empresas públicas se expresa en el Modelo mediante la determinación exógena de los niveles de producción de los sectores donde éstas se ubican; así, por ejemplo, los programas de producción de la empresa pública Petróleos Mexicanos (Pemex) se captan en el Modelo al fijar en forma exógena el nivel de producción del sector en el cual se encuentra incluida dicha empresa. Por su parte, los programas de inversión pública alimentan el valor exógeno de los componentes de demanda final donde se encuentra considerado este rubro.

El tratamiento de los precios en el Modelo permite que los mismos sean considerados entre los instrumentos de política de que dispone el gobierno.[4] En efecto, la determinación de los índices de precios de las actividades de producción puede ser endógena, por medio de una combinación de índices de precios de las actividades que intervienen como insumos intermedios y de los índices de costos de los insumos primarios, o exógena, en dos formas: una, el gobierno fija directamente los precios de aquellas actividades en las que tiene una influencia significativa, como es el caso del petróleo; y otra, mediante la concertación con los sectores sociales de producción, por ejemplo en la actividad del transporte. El programador, gracias al Modelo, puede obtener el índice que cubre

[4] Los índices de precios obtenidos como resultado de la solución del Modelo son precios programados, los que están determinados básicamente por las condiciones técnicas que prevalecen en las distintas actividades de producción. Por lo tanto, el Modelo no considera los precios de mercado, es decir, los precios que surgen como resultado de la interacción de factores de corto plazo.

los costos de la actividad y, por lo tanto, tener de este modo una guía para la concertación y la fijación de los precios.

Los impuestos son instrumentos típicos de la intervención del gobierno en la actividad económica. El Modelo considera explícitamente al más importante de los impuestos directos, es decir, el impuesto sobre la renta, y a los impuestos indirectos y subsidios. Respecto al primero, el Modelo capta su efecto por medio de la especificación de la función consumo agregada, donde se mide la incidencia del mismo en el nivel de consumo de los dos grupos sociales considerados: los asalariados y los no asalariados. En referencia a los impuestos indirectos y a los subsidios, el Modelo los considera elementos componentes de los precios, de tal forma que la modificación de las tasas correspondientes a los mismos tiene efectos, directos e indirectos, sobre los índices de precios de las diferentes actividades.

Respecto al sector externo, sólo se incluyen las actividades de exportación e importación de bienes y servicios no factoriales. Por lo tanto, es posible determinar con el Modelo el déficit de la balanza comercial, pero no se incluyen en el mismo los movimientos de la balanza factorial ni de capital, de tal forma que no es posible analizar el comportamiento de la balanza de pagos en su conjunto.

En síntesis, una de las aplicaciones más importantes del Modelo es evaluar la compatibilidad de los objetivos propuestos en el ámbito sectorial con los correspondientes en el macroeconómico. En este proceso se requiere compatibilizar los valores que se proponen para cada uno de los componentes de demanda final, entre los cuales se incluyen la inversión pública y el consumo del gobierno, con los establecidos para la producción de cada uno de los sectores y para las actividades del sector externo. Una vez establecidos los objetivos y metas, así como los instrumentos que se utilizarán para la consecución de los mismos, el Modelo ayuda a verificar la congruencia y la consistencia de las medidas de política económica y su viabilidad en forma conjunta.

Dicho proceso normalmente es una etapa previa en las tareas de presupuestación y programación de las actividades del gobierno. El Modelo tiene ventajas para la realización de las mismas, siendo una de las principales la relación estrecha que guarda con las cuentas nacionales de México, de tal manera que los resultados de los efectos directos e indirectos de medidas de políticas que pueden ser simuladas y evaluadas dentro del Modelo son fáciles de interpretar y comparar.

El contenido del estudio se organiza en siete capítulos y cinco anexos, donde se expone la estructura formal del Modelo y la base de datos que lo acompaña. Debido a la magnitud de los cálculos involucrados en la solución numérica del sistema, así como a la necesidad de contar con un procedimiento para administrar los datos que reduzca la posibilidad de errores en este aspecto, consideramos necesario desarrollar un programa que permita lograr ambos propósitos. Dicho programa se incluye en un microdisco que contiene el paquete desarrollado para solucionar numéricamente los diferentes módulos que integran el Modelo.

Agradecemos al ingeniero Gilberto Tavares Velasco, egresado de Ingeniería Física; a los ingenieros Roberto Martínez Román y Felipe Carrillo Romero, egresados de Ingeniería Electrónica de la UAM-Azcapotzalco, su colaboración en cada una de las etapas del desarrollo de las distintas versiones del programa. Sin su ayuda este software no se hubiera concluido satisfactoriamente. De igual manera, expresamos nuestro reconocimiento a los estudiantes Dulce Nájera Ortega, Iliana de la Cruz A., Angélica Patricia Cansino Magaña, Héctor Gabriel Monroy Cruz y Silvia Aguilar, egresados de la Licenciatura en Economía de la UAM-Azcapotzalco, por su contribución en la elaboración de la base de datos del modelo y en la cuidadosa revisión del texto en sus diferentes etapas.

CAPÍTULO I

INTRODUCCIÓN

El Modelo se compone de dos módulos centrales a los que llamaremos modelo de precios y modelo de cantidades. Ambos tienen la misma base contable, la que se integra en un módulo que llamaremos sistema de cuentas. Finalmente, una vez obtenida la solución numérica de los dos módulos centrales mencionados, es posible calcular el valor a precios corrientes de las variables que integran el Modelo, operación que se realiza por medio de un módulo especial al que llamaremos modelo a precios corrientes. En este capítulo nos dedicaremos a describir la estructura del modelo de precios y del modelo de cantidades, así como las principales relaciones entre ellos; simultáneamente, con base en esta descripción, identificaremos algunas de las posibles aplicaciones que se pueden desarrollar con los mismos.

I.1. EL MODELO DE PRECIOS

El comportamiento de los precios constituye una de las puertas de entrada al estudio de la economía. Desde los clásicos, con su acentuada preocupación por establecer las relaciones cuantitativas entre la teoría del valor y los precios, hasta la escuela llamada "neoclásica", más orientada a analizar los problemas relacionados con la "asignación óptima" de los recursos, el análisis de los precios ocupa un lugar preponderante y, a menudo, inicial en el desarrollo de los cuerpos teóricos de las diversas escuelas. Paralelamente, el incremento del análisis empírico, o "economía aplicada", impulsado tanto por intereses "teóricos" como por necesidades objetivas de la programación económica, se ha traducido en diversos tipos de "modelos" que intentan estudiar el patrón de comportamiento de los precios.

El trabajo que aquí presentamos ejemplifica las posibilidades que ofrece un modelo de determinación de precios basado en la metodología de insumo-producto. El propósito central de este modelo es calcular los índices de precios correspondientes a diferentes actividades de producción y de demanda final (consumo privado, formación bruta de capital fijo, consumo del gobierno, variación de existencias y exportación). La utilidad práctica de un modelo de este tipo se vincula fundamentalmente con las tareas relacionadas con el diseño de la política de precios y salarios. En particular, permite medir las repercusiones que ciertas decisiones de política económica, o evolución de "escenarios externos", pueden tener en el patrón de alteración de los precios del sistema económico. Los instrumentos de política económica considerados son las tasas de los impuestos indirectos y la fijación de precios y salarios. Estos dos últimos no dependen exclusivamente del criterio del gobierno; su determinación está fuertemente influida por consideraciones de costo y de concertación con los diversos sectores sociales. Respecto a los "escenarios externos", el Modelo incluye dos tipos de índices de precios: los de las actividades de exportación y los de las actividades de importación. En el proceso de cálculo de estos índices interviene el tipo de cambio, que debe ser considerado también un instrumento de política. Finalmente, conviene remarcar que las hipótesis sobre las cuales se especifican las ecuaciones del Modelo son las del insumo-producto en su versión más sencilla, que puede resumirse en la siguiente ecuación:

$$P = P_E \Lambda_E (I - A)^{-1} \tag{I.1}$$

donde:

- P: vector de índices de precios de las actividades de producción.
- P_E: vector de índices del valor agregado de las actividades de producción.
- Λ_E: matriz (diagonal) de los coeficientes de valor agregado de las actividades de producción.
- I: matriz identidad.
- A: matriz de coeficientes técnicos de insumo-producto.

En el modelo que aquí exponemos, esta ecuación básica sufre las siguientes modificaciones:

a) Por un lado, la matriz de coeficientes del valor agregado se desagrega en tantas matrices como componentes del valor agregado, con el propósito de separar las repercusiones de los cambios de estos últimos en los índices de precios de las distintas actividades de producción especificadas en el Modelo. Por otro lado, se incluyen para cada uno de estos componentes sus correspondientes índices. Concretamente, la matriz Λ_E se desagrega en tres matrices de coeficientes: una de remuneración de asalariados, Λ_W, una de excedente de explotación, Λ_{RD}, y una de impuestos indirectos, Λ_H, de tal forma que nos queda

$$P = \left[P_W \Lambda_W + P_{RD} \Lambda_{RD} + P_H \Lambda_H \right] (I - A)^{-1} \tag{I.1'}$$

donde P_W, P_{RD} y P_H son vectores (fila) de los índices de esas tres categorías de ingreso.

b) El Modelo permite que, alternativamente, los índices de precios de las actividades de producción, de los salarios o de los excedentes de explotación se fijen en forma exógena o endógena.

c) La metodología insumo-producto se extiende al análisis de los índices de precios de las actividades de demanda final, permitiendo de esta forma vincular éstos con los índices de precios de las actividades de producción. Con este propósito, la demanda final de cada actividad de producción se desglosa de acuerdo con su utilización final, cuyo detalle se presenta en el siguiente apartado. Esta desagregación permite elaborar matrices de coeficientes de absorción que expresan las cantidades de producción contenidas en cada unidad de las distintas actividades de demanda final. Estos coeficientes sirven de ponderadores para calcular los precios de las actividades de demanda final, con base en los precios de las actividades de producción.

I.2. El modelo de cantidades

La estructura del modelo de cantidades se puede desarrollar a partir de la ecuación básica de insumo-producto que vincula la demanda final, por actividad de producción de origen, con los niveles de producción por actividad, es decir:

$$X = (I - A)^{-1} \quad f \tag{I.2}$$

donde:

X: vector de niveles de las actividades de producción;
I: matriz identidad;
A: matriz de coeficientes técnicos;
f: vector de demanda final por actividad de producción de origen.

En esta expresión, el elemento i-ésimo del vector f contiene la demanda final sobre la producción de la actividad i; es decir, es la cantidad de producción i cuyo destino es la demanda final. Hasta aquí no sabemos a qué tipo de demanda final (consumo, inversión, etc.) se destina esta cantidad. Podemos, entonces, separar el vector f en tantos vectores como tipos de demanda final identifiquemos, de forma que, por ejemplo:

$$X = (I - A)^{-1} \ (f_C + f_G + f_J + f_L + f_A) \tag{I.2'}$$

donde los subíndices indican:

C: consumo privado;
G: consumo del gobierno;
J: formación bruta de capital fijo;
L: variación de existencias;
A: exportación.

Ahora bien, los i-ésimos elementos de los vectores f contienen las cantidades de producción i, cuyos destinos son los distintos componentes de la demanda final. Esta expresión es más útil que la anterior, pero todavía es poco "realista". Por ejemplo, los consumidores no demandan "agricultura"; los consumidores demandan "cereales", "frutas y verduras", "papa y otros tubérculos", etc. Es decir, las demandas finales se refieren a conjuntos de bienes y servicios que satisfacen distintos tipos de necesidades particulares (por ejemplo, "alimentación", "transporte", etc.) y no a actividades de producción. Claro está que estos bienes y servicios provienen de las actividades de producción; más aún, cada bien puede contener cantidades diversas de actividades de producción y cada actividad de producción puede producir distintas clases de bienes. Por ejemplo, las "frutas y verduras" que demanda el consumidor, además de "agricultura" contienen "transporte" y "comercio", es decir, están compuestas por diferentes cantidades de distintas actividades de producción.

El modelo de cantidades permite transformar las demandas de bienes (o sea, las demandas de las distintas actividades de demanda final) en demandas por ramas de origen. Con este propósito, recurriremos a las mismas matrices de coeficientes de absorción que se utilizan en el modelo de precios, las que se calculan a partir de la normalización de las columnas del sistema de cuentas que relacionan las actividades de producción por origen, con las actividades de demanda final.

En la ecuación (I.2'), si aumenta la demanda final de una actividad de producción, aumenta el nivel de diversas actividades de producción en la cantidad requerida por las condiciones técnicas para generar las producciones que permitan producir ese excedente para demanda. Pero hasta aquí llega el impacto; no hemos tomado en cuenta que si aumentan los niveles de producción aumentarán los niveles de ingreso (o valor agregado) y con esto, muy probablemente, aumentará, por ejemplo, el gasto en consumo privado, lo que significa un nuevo incremento de la demanda final. Para abordar este aspecto, primero debemos distinguir entre el consumo privado de los residentes y el de los no residentes, puesto que este último no depende del ingreso de la economía interna, mientras que el primero sí. Entonces, el consumo privado total es igual a la suma de estos dos elementos, es decir:

$$C = C_{\text{residentes}} + C_{\text{no residentes}}$$

Ahora bien, podemos adicionar una función que vincule los niveles de producción (o sea, en última instancia, los niveles de valor agregado) con la demanda de consumo privado de los residentes, de la siguiente forma:

$$C_{\text{residentes}} = f(X) \tag{I.3}$$

donde $f'(X) > 0$. Esta última expresión permite "cerrar" el circuito: la demanda final determina los niveles de las actividades de producción, estos últimos determinan el nivel de ingreso de los hogares y, finalmente, el ingreso determina el nuevo nivel de demanda final. En el Modelo se incluyen dos grupos perceptores de ingreso: los asalariados y los no asalariados. Este último grupo se refiere a los hogares que perciben la parte de los excedentes de explotación que se distribuye entre los mismos. La distribución del ingreso total de los hogares entre estos dos grupos depende de los coeficientes de insumo de trabajo y de excedente de explotación para el año base, de la evolución de los índices de la remuneración a los asalariados y del excedente de explotación correspondiente a cada actividad de producción, y de los factores que influyen en la proporción de este último que efectivamente se distribuye entre los hogares, tales como la proporción de las utilidades retenidas en las sociedades de capital y la participación de las empresas públicas en cada rama. La solución del Modelo consiste justamente en encontrar los valores numéricos de las variables que satisfagan en forma simultánea el conjunto de ecuaciones que lo integran.

El modelo de cantidades incorpora hipótesis de comportamiento exclusivamente sobre el consumo privado de los no residentes. Conceptualmente, sin embargo, es posible modelar otros componentes de la demanda final, en particular, por ejemplo, la inversión privada. En condiciones normales, al consumo del gobierno y la inversión pública se les trata como variables exógenas, cuyos niveles constituyen instrumentos de política económica.

La hipótesis básica sobre el consumo privado de los residentes es que el monto total de éste depende de los niveles de ingresos de los dos grupos sociales que perciben ingresos, es decir, los perceptores de remuneración de asalariados y los perceptores de excedente de explotación. La distribución del consumo total entre los diferentes bienes se determina con base en el comportamiento "racional" del consumidor.

Podemos sintetizar la estructura del Modelo de la siguiente forma:

i) El consumo privado se determina de acuerdo con el siguiente procedimiento:

a) En primer lugar, se calcula el consumo total de los residentes como función de los ingresos disponibles correspondientes a dos grupos sociales: los perceptores de remuneración de asalariados y los perceptores de excedente de explotación. Entonces:

$$C_{\text{residentes}} = \beta_O + \beta_W (Y_W / \overline{P}_C) + \beta_{RD} (Y_{RD} / \overline{P}_C) \tag{I.3'}$$

donde:

β_O: consumo de "subsistencia";
β_W: propensión al consumo de los perceptores de remuneración de asalariados;
Y_W: ingreso disponible de los perceptores de remuneración de asalariados;
$\overline{P}_C$: índice de precios al consumidor;
β_{RD}: propensión al consumo de los perceptores de excedente de explotación;
Y_{RD}: ingreso disponible de los perceptores de excedente de explotación;

b) El consumo total de los residentes, determinado con base en la ecuación anterior, se distribuye entre los objetos del gasto del consumo privado. Estos últimos están definidos como conjuntos de bienes que satisfacen un mismo tipo de necesidad, tales como "alimentación", "vestuario", etc. Cada objeto del gasto constituye una actividad de consumo que tiene asociado un índice de precios, determinado conforme a la metodología expuesta más arriba. La distribución del consumo total de los residentes entre estos objetos del gasto se realiza conforme al efecto que tienen los cambios de los precios relativos de los distintos objetos del gasto y del nivel de ingreso de los consumidores. La forma funcional específica de esta relación se establece a partir de los fundamentos que provee la teoría del consumidor.

c) El consumo privado total de los no residentes (exógeno) también se distribuye entre los objetos del gasto del consumo privado. Dicha distribución se realiza por medio de un vector que proporciona la estructura del gasto de los turistas, cuya determinación se basa en la información estadística que provee una encuesta que se aplica regularmente a los visitantes del exterior. La suma del consumo de los residentes y de los no residentes, distribuida entre los distintos objetos del gasto, constituye el consumo privado total, es decir, la demanda total sobre cada una de las actividades de consumo privado.

ii) El consumo privado total, junto con los otros componentes de demanda final (exógenos), permite calcular en forma endógena los niveles de las actividades de producción. Si el nivel de producción de alguna actividad se fija en forma exógena, la diferencia entre el cálculo endógeno y este último se traducirá en un ajuste de la variación de existencias y/o de las exportaciones o importaciones, según haya exceso o déficit de producción. Con los niveles de producción, de consumo privado y de formación bruta de capital fijo, multiplicados por los coeficientes de utilización de bienes importados correspondientes a cada una de estas actividades y por los respectivos coeficientes de producto bruto por actividad de producción, se calculan los niveles de las actividades de importación y del producto bruto de cada actividad de producción.

iii) Con los niveles de producción obtenidos se calculan los requerimientos de empleo por actividad de producción. El cálculo se realiza de acuerdo con la siguiente ecuación:

$$N = \Lambda_N X$$

donde:

N: vector de niveles de empleo;
Λ_N: matriz (diagonal) de coeficientes de insumo-trabajo por unidad de producción;
X: vector de niveles de las actividades de producción.

iv) El Modelo integra, entonces, los siguientes instrumentos de política:

a) El gasto en consumo del gobierno, desagregado por tipo de bien (servicios de educación, servicios médicos y administración pública);

b) La fijación de los niveles de producción de ciertas actividades, tales como petróleo, electricidad, etc., ya sea por razones de política o de rigidez en la oferta;

c) La fijación de los niveles de las actividades de exportación, los que se determinan exógenamente. Para aquellas actividades en las que el sector privado es el principal exportador, se supone que el gobierno "induce", mediante otros instrumentos, sus niveles de actividad.

En resumen, el objetivo central de este Modelo es medir las repercusiones, directas e indirectas, en los niveles de las actividades de producción, importación y consumo, de las decisiones de gastos en las actividades de formación bruta de capital fijo, variación de existencias, consumo del gobierno y exportación. Al igual que el modelo de precios, el modelo de cantidades es del tipo insumo-producto. El Modelo determina en forma endógena, a precios constantes, los niveles de las actividades de producción y de los valores agregados correspondientes, el consumo privado, las importaciones y los requerimientos de trabajo. El Modelo se alimenta en forma exógena con los valores de los otros componentes de demanda final, es decir, el consumo del gobierno, la formación bruta de capital fijo, la exportación, la variación de existencias y el consumo privado de los no residentes.

En el capítulo II describiremos el sistema de cuentas que integra en forma consistente el conjunto de flujos corrientes (o actividades) que sirven de marco contable para los dos modelos centrales: el modelo de precios y el modelo de cantidades. En el capítulo III expondremos el procedimiento para obtener el conjunto de coeficientes (matrices de absorción) derivados de la normalización del sistema de cuentas, que se utiliza en ambos modelos. Además, en ese mismo capítulo desarrollaremos el sistema de ecuaciones del modelo de precios. El capítulo IV lo dedicaremos a explicar la solución de este último, la que se acompaña de diagramas que describen paso a paso el algoritmo de solución del mismo. En el capítulo V desarrollaremos la descripción de las ecuaciones del modelo de cantidades, y en el VI expondremos el algoritmo de solución del mismo. Finalmente, en el capítulo VII, con base en las estructuras de ambos modelos, de precios y cantidades, describiremos el modelo a precios corrientes, cuyo propósito central es obtener el valor a precios corrientes de las variables incluidas en el modelo de cantidades.

Además, el trabajo incluye cinco anexos orientados a exponer diferentes partes del Modelo. En el anexo A se detallan las definiciones de las diferentes actividades (cuentas) que lo integran. En el anexo B se describen las matrices de flujos que componen la base contable del mismo. En el anexo C se identifican las correspondencias entre las actividades del Modelo y las del Sistema de Cuentas Nacionales de México (SCN). La información contenida en estos tres anexos se utiliza en ambos módulos del Modelo, es decir, el de precios y el de cantidades. En el anexo D se incluye la definición de cada una de las variables del modelo de precios, mientras que en el anexo E se expone el fundamento teórico de las ecuaciones del modelo de cantidades que se refieren al comportamiento del consumo privado, el que se basa en la teoría del consumidor. Dicho marco teórico sirve también para abordar algunos aspectos empíricos del Modelo; en particular, interesa destacar el relacionado con el cálculo de las elasticidades-precio, las que se obtienen por medio de un método de estimación indirecto.

CAPÍTULO II

EL SISTEMA DE CUENTAS

II.1. INTRODUCCIÓN

Un sistema de cuentas es una forma ordenada de representar un conjunto de flujos de la economía. La utilidad de este instrumento en el análisis y planeación económicos ha sido ampliamente expuesta en diversos estudios de gran difusión. En particular, interesa destacar el manual sobre cuentas nacionales publicado por Naciones Unidas, en el cual se propone una metodología matricial para presentar la información de las cuentas nacionales (véase Naciones Unidas, 1970). En dicha presentación las convenciones metodológicas son:

a) Las entradas (haber) de cada concepto se leen horizontalmente; las salidas (debe) se leen verticalmente. Es decir, los destinos (o ingresos) de cualquier rubro se asientan en el renglón correspondiente y los orígenes (o costos) en la columna.

b) Para cada cuenta, la suma de su renglón (ingreso total) es igual a la suma de su columna (egreso total); por lo tanto, puesto que los ingresos se igualan a los egresos, todos los conceptos se encuentran en balance.

El desarrollo del Sistema de Cuentas Nacionales de México (SCN) permite contar con información consistente a partir del año 1970, que comprende tanto series históricas como matrices de transacciones de diferentes tipos (véanse SPP, 1979, 1981; DGE, 1980, 1981, 1982; INEGI-PNUD, 1983, 1984, 1985, 1986, 1988, 1989, 1991; INEGI, 1986). Con esto, hoy es relativamente sencillo construir sistemas de cuentas, tal como el que se expone en este trabajo.

Un aspecto que es necesario tener presente es que la construcción de un sistema de cuentas responde a un propósito definido. En efecto, los niveles de agregación de las diferentes actividades se relacionan estrechamente con el tipo de problema que se desea abordar. En este sentido, no existe un sistema de cuentas útil para todo propósito.

El sistema de cuentas que analizaremos aquí tiene como objetivo servir de marco contable para el modelo de precios y el modelo de cantidades que se exponen en los capítulos III y V, respectivamente. En el primero nos proponemos medir la repercusión de los cambios en los índices de precios de los diferentes componentes del costo de las actividades definidas en el sistema de cuentas, sobre los índices de precios de las mismas. Con este fin es necesario tratar con cierto detalle la incidencia de los distintos componentes del costo —tales como los impuestos indirectos, los salarios, los insumos, etc.—, sobre el precio correspondiente a cada actividad. Por su parte, el modelo de cantidades calcula el efecto de los diferentes componentes de la demanda final sobre los niveles de producción, valor agregado y empleo de cada actividad de producción. En consecuencia, es conveniente desagregar los diferentes componentes de la demanda final de acuerdo con los objetos del gasto incluidos en cada uno, con el propósito de enriquecer las alternativas disponibles para el análisis. Puesto que ambos modelos se basan en un mismo sistema de cuentas, en lo sucesivo nos referiremos a este último como el sistema de cuenta del Modelo o simplemente como el sistema de cuentas.

Con base en la información contenida en las matrices incluidas en el SCN fue posible elaborar el sistema de cuentas para el año 1970.[1] Con este fin sometimos estos datos a un proceso de manipulación que, respetando las cifras de control pertinentes, nos permitió ordenar la información en forma adecuada. Todas las transacciones asentadas en el sistema de cuentas están valuadas "a precios de productor", ya que no incluyen los impuestos indirectos sobre los insumos, el margen de comercio y los gastos de transporte.

Las manipulaciones realizadas a la información del SCN fueron de dos tipos. En algunos casos fue necesario definir en forma diferente algunas de las actividades, para adecuarlas a los propósitos del sistema de cuentas del Modelo. En otros procedimos a construir, mediante manipulaciones y supuestos sencillos, matrices que no están publicadas en el SCN.

Posteriormente, una vez realizados los arreglos que se consideraron necesarios, procedimos a agregar las matrices conforme a las correspondencias que se presentan en el anexo C de este trabajo. Así, por ejemplo, en el SCN se definen 73 ramas de actividad de producción, si se incluye entre ellas la actividad de administración pública y defensa realizada por el gobierno; sin embargo, en el sistema de cuentas del Modelo hemos agregado estas actividades a sólo 14, que resultan de agregar las primeras conforme a la correspondencia establecida en el anexo mencionado.

A continuación explicaremos algunas de las principales manipulaciones realizadas. En la Matriz de Insumo-Producto del SCN, las ramas "Servicios de educación" y "Servicios médicos" comprenden tanto los servicios privados como los públicos. Con el propósito de separar estos servicios de acuerdo con la institución que los presta, procedimos a redefinir las ramas mencionadas, incluyendo en ellas los servicios proporcionados exclusivamente por el sector privado. Posteriormente, ambas ramas quedaron comprendidas dentro de la actividad de producción "Otros servicios" del sistema de cuentas del Modelo. Por su parte, los servicios de educación pública y los servicios médicos públicos conforman las actividades de producción "Gobierno-servicios de educación" y "Gobierno-servicios médicos", respectivamente, del sistema de cuentas del Modelo. La separación descrita se elaboró utilizando la estructura de la Submatriz de Servicios Médicos y Educativos, Públicos y Privados, año 1975, publicada en el SCN (SPP, 1981).

En la columna correspondiente a la rama "Comercio" de la Submatriz de Impuestos Indirectos según Niveles de Gobierno, por Fracción de Ley y Ramas Económicas de Incidencia, año 1975, del SCN (SPP, 1981), se asientan todos aquellos impuestos que, aunque realmente gravan otras actividades de producción y de demanda final, son recaudados por dicha rama a medida que ésta realiza su actividad. Con el propósito de considerar la incidencia efectiva de este tipo de impuestos, fue necesario tratarlos por separado, lo que dio lugar a nuevas categorías que hemos denominado *impuestos indirectos en el margen de comercio*. A partir del análisis de cada uno de ellos se identificaron las actividades de producción y de demanda final que son gravadas por dichos impuestos, distribuyéndose su monto entre las mismas conforme a alguna ponderación. En 1970 no se publicó una matriz de impuestos indirectos, por lo que para ese año utilizamos la misma estructura de la matriz de 1975.

La Submatriz de Consumo Privado por Objeto del Gasto y Rama de Actividad Económica de Origen, año 1970 (SPP, 1980), suministra información sobre el consumo privado total por actividad de producción (filas) y por objeto del gasto (columnas), a precios de productor y a precios de usuario. Con esta matriz y la información suministrada por la columna de consumo privado del origen

[1] El INEGI ha elaborado también matrices para los años 1975 y 1980 (véase SPP, 1981; INEGI, 1986), las cuales permiten, en conjunto con otras fuentes de información, elaborar el sistema de cuentas para ese año, con un esfuerzo adicional relativamente bajo. Para el año 1990 se encuentran disponibles las matrices elaboradas por Baranda *et al.*, 1993.

doméstico de la Matriz de Insumo Producto de 1970 y la columna de importación de consumo privado de la Matriz de Importaciones de 1970, construimos la matriz de consumo por origen doméstico y la de origen importado, de acuerdo con el siguiente procedimiento.

En primer lugar, supusimos que la composición por origen (doméstico *vs.* importado) de las transacciones asentadas a lo largo de cada uno de los renglones de la matriz de consumo privado total es la misma que tienen los elementos correspondientes de las columnas antes mencionadas. Es decir, independientemente del objeto de consumo que se satisfaga con la oferta de una misma rama, ésta contiene la misma proporción de producción doméstica e importada. En segundo lugar, la matriz de consumo privado de origen doméstico fue revaluada a precios de productor, deduciendo el margen de comercio sobre los insumos.

II.2. LAS MATRICES DE FLUJOS DEL SISTEMA DE CUENTAS

El conjunto de matrices de flujos presentado en el cuadro II.1 constituye el marco contable del Modelo. A continuación trataremos cada uno de los conceptos de este cuadro, acompañando la exposición con referencias a los cuadros que muestran los datos correspondientes al año 1970. En el anexo B se desarrolla una descripción más detallada de cada una de estas matrices de flujo.

II.2.1. Producción

Definimos 14 actividades de producción de bienes y servicios, de las cuales 11 son agregaciones de las 72 ramas del SCN y 3 corresponden a las actividades de producción que realiza el gobierno, es decir, administración pública, servicios de educación y servicios médicos. Las cuentas correspondientes a las 14 actividades de producción se asignan en los primeros 14 renglones y columnas del cuadro II.1.

Si seguimos los distintos asientos a lo largo de los renglones correspondientes a estas actividades, podremos leer los destinos de la producción realizada durante las mismas. El primer registro representa la demanda intermedia de origen doméstico, o sea, la parte de la producción de cada actividad que se utiliza como insumo intermedio. Por lo tanto, la matriz de transacciones entre las actividades de producción, V_X, es de dimensión (14,14), donde el elemento V_{ij}^X es la cantidad de la actividad de producción i utilizada por la actividad de producción j.[2] Es decir, a lo largo del renglón i-ésimo de la matriz V_X registramos el monto de la producción de la actividad i-ésima utilizada como insumo en cada una de las 14 actividades de producci n (véase el cuadro II.X.1).

Los siguientes destinos son los cinco distintos componentes de la demanda final: consumo privado, consumo del gobierno, formación bruta de capital fijo, variación de existencias y exportación, cada uno integrado, a su vez, por una o varias actividades. El consumo privado incluye 10 objetos del gasto diferentes. Por lo tanto, la matriz de consumo privado de bienes y servicios de origen doméstico, V_C, es de dimensión (14,10), donde el elemento V_{ij}^C es la cantidad de la actividad de producción i consumida en el objeto del gasto j. Es decir, a lo largo del renglón i-ésimo de la matriz V_C leemos la cantidad de la actividad de producción i (origen doméstico) destinada a satisfacer los distintos objetos del consumo privado realizado por los residentes y no residentes (véase el cuadro II.C.1).

El segundo componente de la demanda final es el consumo del gobierno, que incluye tres

[2] Los subíndices para denotar los elementos de cada matriz están colocados en el orden habitual: el primero denota el renglón y el segundo la columna. Las variables están medidas en términos monetarios, a precios corrientes de productor.

CUADRO II.1. *Sistema de cuentas, 1970*

	Producción			*Consumo privado*	*Consumo de gobierno*	*Formación de capital fijo*	*Variación de existencias*	*Exportación*				*Balance*
Producción	$V_X(14,14)$ 263 154			$V_C(14,10)$ 320 985.5	$V_G(14,3)$ 32 243.3	$V_J(14,2)$ 77 448.1	$I_D(14,1)$ 11 210.8	$V_A(14,14)$ 18 040				
Impuestos indirectos en el margen de comercio	$V_{UX}(7,14)$ 3 982.5			$V_{UC}(4,10)$ −1 091		$V_{UJ}(4,2)$ 1 294.2						
				$V_{UPC}(3,10)$ 1 606.1		$V_{UPJ}(3,2)$ 339.3						
								$V_{UA}(1,14)$ 458				
Importación	$V_{BX}(14,14)$ 18 280			$V_{BC}(14,10)$ 12 951.8		$V_{BJ}(14,2)$ 9 579.1	$L_B(14,1)$ 1 084.6					
Consumo privado												C(10,1)
Consumo del gobierno												G(3,1)
Formación bruta de capital fijo												J(2,1)
Variación de existencias												L(1,1)
Exportación												A(14,1)
Impuestos indirectos sobre la producción	$V_H(4,14)$ 6 840.6											
	$V_{HP}(7,14)$ 8 154.2											
								$T_A(1,14)$				
Remuneraciones de saalariados	W(1,14) 158 454											
Excedente de explotación	$R_D(1,14)$ 264 176											
Balance	X(1,14) 723 082	U(1,8)	B(1,14)						H(12,1)	W(1,1)	R_D)(1,1)	

CUADRO II.X.1. *Matriz de insumos intermedios domésticos de las actividades de producción, 1970*

(millones de pesos a precios corrientes)

V_X

Actividades de producción	*Agropecuario y silvicultura*	*Minería*	*Petróleo*	*Bienes sociales necesarios*	*Manufac. químicas*	*Construcción e insumos*	*Bienes de capital*	*Electricidad*	*Comercio*	*Comunicaciones y transportes*	*Otros servicios*	*Gobierno admón. pública*	*Gobierno serv. de educación*	*Gobierno serv. médicos*
Agropecuario y silvicultura	7 525.80	11.60	0.00	35 215.50	105.90	974.30	2.50	1.60	0.00	0.00	76.30	23.50	1.60	66.10
Minería	63.90	2 341.60	227.90	316.80	577.30	1 522.60	2 578.40	15.30	10.30	18.40	95.50	18.60	0.10	0.00
Petróleo	1 035.20	163.80	7 434.80	1 319.60	1 053.70	1 249.60	318.50	626.40	760.10	2 483.90	623.00	328.70	15.30	24.00
Bienes socialmente necesarios	5 105.90	76.10	112.00	30 683.20	950.20	813.70	801.10	59.10	1 407.60	267.50	2 381.70	548.50	132.40	1 598.00
Manufacturas químicas	2 281.80	151.70	297.50	5 107.70	2330.30	1 847.90	1 215.90	8.40	400.50	1 254.20	1 107.20	262.10	16.10	80.30
Construcción e insumos	395.30	15.40	28.10	1 184.80	84.40	10 272.10	630.30	10.90	21.50	102.30	360.40	117.60	44.70	13.70
Bienes de capital	609.30	132.40	841.30	2 170.30	429.10	6 391.40	17 526.10	132.90	550.20	1 157.30	2 743.80	469.60	41.80	14.10
Electricidad	256.90	125.40	180.00	1082.50	246.40	465.30	658.80	0.00	767.90	81.10	520.40	313.00	36.10	43.30
Comercio	1 769.40	517.30	152.60	11 139.00	1 570.70	4 860.60	4 809.50	10.40	1 324.30	1 188.90	2 392.80	218.50	46.00	127.40
Comunicaciones y transportes	377.60	63.60	1 089.90	2 133.30	517.00	2 291.10	1 127.90	27.50	714.50	983.20	1 142.70	568.10	276.80	33.20
Otros servicios	637.00	362.50	958.50	4 680.80	931.90	1 904.50	1 764.30	174.30	7 652.40	2 385.90	17 011.40	987.00	162.70	272.60
Gobierno admón. pública	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Gobierno serv. de educación	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Gobierno serv. médicos	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Total	*20 058.10*	*3 961.40*	*11 322.60*	*95 033.50*	*8 796.90*	*32 593.10*	*31 433.30*	*1 066.80*	*13 609.30*	*9 922.70*	*28 455.20*	*3 855.20*	*773.60*	*2 272.70*

FUENTE: Elaboración propia con base en INEGI.

CUADRO II.C.1. *Matriz de consumo privado de origen doméstico, 1970*

(millones de pesos a precios corrientes)

V_C

Actividades de producción	*Alimentos*	*Bebidas y tabaco*	*Vestuario y calzado*	*Alquileres*	*Muebles*	*Gastos médicos*	*Comunicaciones y transporte*	*Diversiones y educación*	*Otros servicios*	*Consumo de residentes en el extranjero*
Agropecuario y silvicultura	22 910.08	0.00	0.00	922.02	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Minería	21.20	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Petróleo	0.00	0.00	0.00	943.13	0.00	0.00	1 875.97	0.00	0.00	0.00
Bienes sociales necesarios	53 330.20	14 451.32	20 146.94	0.00	5 556.82	3 118.61	0.00	1 642.72	3 228.88	0.00
Manufacturas químicas	0.00	0.00	195.01	0.00	790.97	11.50	218.60	657.65	392.66	0.00
Construcción e insumos	0.00	0.00	0.00	0.00	4 167.59	0.00	0.00	0.00	151.31	0.00
Bienes de capital	0.00	0.00	0.00	0.00	5 282.21	5.93	3 796.61	1 940.42	3.63	0.00
Electricidad	0.00	0.00	0.00	1 681.70	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Comercio	33 595.00	3 523.80	14 722.40	725.80	11 754.10	1 596.50	-4 910.00	3 144.60	2 992.20	0.00
Comunicaciones y transportes	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	19 491.10	0.00	0.00	0.00
Otros servicios	0.00	0.00	2 050.65	35 091.04	12 401.00	4 649.99	2 686.35	7 615.50	22 411.78	0.00
Gobierno admón. pública	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Gobierno serv. educación	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Gobierno serv. médicos	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Total	*109 856.48*	*17 975.12*	*371 15.00*	*39 363.69*	*39 952.69*	*9 382.53*	*23 158.63*	*15 000.89*	*29 180.47*	*0.00*

FUENTE: Elaboración propia con base en INEGI.

actividades diferentes: administración pública, servicios de educación y servicios médicos. Es decir, definimos las mismas tres actividades para el consumo del gobierno y para las actividades de producción del mismo. La comprensión cabal de este punto desea precisar dos convenciones contables. En primer lugar, el valor bruto de la producción de las actividades del gobierno está determinado por la suma de los insumos intermedios, la remuneración de los empleados, el consumo de capital fijo y los impuestos indirectos, resultado que, como veremos más adelante, corresponde a la suma por columnas de las últimas tres actividades de producción del sistema de cuentas. En segundo lugar, el valor bruto de la producción de cada actividad del gobierno se considera consumido por el mismo gobierno a nombre de la colectividad, puesto que no es posible prácticamente asignar este consumo entre los usuarios reales. Por lo tanto, la matriz de consumo del gobierno, V_G, es de dimensión (14,3), donde el elemento V_{ij}^G es la cantidad de la actividad de producción i cuyo destino es el consumo del gobierno j. A su vez, puesto que el consumo del gobierno en cada una de las tres actividades mencionadas es igual al valor de la producción de la correspondiente actividad de producción del gobierno, la matriz V_G tendrá todos sus elementos iguales a cero, excepto en las intersecciones de cada una de las tres filas de las actividades de producción del gobierno con las columnas de consumo del gobierno respectivas (véase el cuadro II.G.1).

El tercer componente es la formación bruta de capital fijo (público y privado), que incluye dos actividades: maquinaria y equipo, y construcción. Por lo tanto, la matriz de formación bruta de capital fijo, V_I, es de dimensión (14,2), donde el elemento V_{ij}^I es la cantidad de la actividad de producción i cuyo destino es la actividad de formación bruta de capital fijo j (véase el cuadro II.J.1).

Otro componente de la demanda final es la variación de existencias (pública y privada) de origen doméstico, representada por el vector L_D, donde el elemento L_i es la cantidad de la actividad de producción i cuyo destino es la actividad de variación de existencias. Es decir, los renglones indican las actividades de producción de origen de los bienes que se utilizan en la actividad de variación de existencias; la suma del vector es el total de la variación de existencias de bienes de origen doméstico (véase el cuadro II.L.1).

El último componente de la demanda final es la exportación de bienes y servicios, que incluye 14 actividades. Por lo tanto, la matriz de exportaciones, V_A, es de dimensión (14,14), donde el elemento V_{ij}^A es la cantidad de la actividad de producción i cuyo destino final es la actividad de exportación j (véase cuadro II.A.1).

Por lo tanto, desde el punto de vista del destino de los bienes y servicios, el valor bruto de la producción para cada actividad de producción, X_i, puede expresarse como:

$$X_i = \sum_{j=1}^{14} V_{ij}^X + \sum_{j=1}^{10} V_{ij}^C + \sum_{j=1}^{3} V_{ij}^G + \sum_{j=1}^{2} V_{ij}^I + L_i^D + \sum_{j=1}^{14} V_{ij}^A \qquad i = 1,2,\ldots,14$$

En términos matriciales, podemos escribir:

$$X = V_X\iota + V_C\iota + V_G\iota + V_I\iota + L_D + V_A\iota$$

donde ι es un vector unitario cuya dimensión es igual al número de columnas de la matriz que posmultiplica. El resultado, en cada caso, es un vector cuyos elementos corresponden a la suma de los elementos de las filas correspondientes de la matriz en cuestión.

Por lo tanto, los posibles destinos de la producción son:

V_X: insumos de las actividades de producción;

CUADRO II.G.1. *Matriz de consumo del gobierno, 1970*
(millones de pesos a precios corrientes)
V_G

Actividades de producción	*Gobierno admón. pública*	*Gobierno serv. de educación*	*Gobierno serv. médicos*
Agropecuario y silvicultura	0	0	0
Minería	0	0	0
Petróleo	0	0	0
Bienes sociales necesarios	0	0	0
Manufacturas químicas	0	0	0
Construcción e insumos	0	0	0
Bienes de capital	0	0	0
Electricidad	0	0	0
Comercio	0	0	0
Comunicaciones y transportes	0	0	0
Otros servicios	0	0	0
Gobierno admón. pública	16 695.3	0	0
Gobierno serv. de educación	0	8 598.2	0
Gobierno serv. médicos	0	0	6 949.7
Total	*16 695.3*	*8 598.2*	*6 949.7*

FUENTE: Elaboración propia con base en INEGI.

CUADRO II.J.1. *Matriz de formación bruta de capital fijo de origen doméstico, 1970*
(millones de pesos a precios corrientes)
V_J

Actividades de producción	*Construcción*	*Maquinaria y equipo*
Agropecuario y silvicultura	0.00	1241.10
Minería	0.00	35.90
Petróleo	0.00	0.00
Bienes sociales necesarios	0.00	384.50
Manufacturas químicas	0.00	183.50
Construcción e insumos	48 909.10	124.00
Bienes de capital	0.00	14 627.20
Electricidad	0.00	0.00
Comercio	−186.50	10567.30
Comunicaciones y transportes	0.00	1143.40
Otros servicios	0.00	418.60
Gobierno admón. pública	0.00	0.00
Gobierno serv. de educación	0.00	0.00
Gobierno serv. médicos	0.00	0.00
Total	*48 722.60*	*28 725.50*

FUENTE: Elaboración propia con base en INEGI.

CUADRO II.L.1. *Vector de variación de existencias de origen nacional, 1970*
(millones de pesos a precios corrientes)
L_D

Actividades de producción	
Agropecuario y silvicultura	2 449.60
Minería	313.90
Petróleo	109.10
Bienes socialmente necesarios	4 911.00
Manufacturas químicas	790.70
Construcción e insumos	609.70
Bienes de capital	2 026.80
Electricidad	0.00
Comercio	0.00
Comunicaciones y transportes	0.00
Otros servicios	0.00
Gobierno admón. pública	0.00
Gobierno serv. de educación	0.00
Gobierno serv. médicos	0.00
Total	*11 210.80*

FUENTE: Elaboración propia con base en INEGI.

V_C: consumo privado;
V_G: consumo del gobierno;
V_I: formación bruta de capital fijo;
L_D: variación de existencias;
V_A: exportaciones.

Antes de definir el costo (origen) de la producción de las distintas actividades, es necesario insistir en la naturaleza de los impuestos indirectos en el margen de comercio. La Matriz de Impuestos Indirectos publicada en el SCN asienta en sus renglones los distintos tipos de impuestos indirectos, según el nivel de gobierno y la fracción de ley, y en sus columnas las actividades de producción que pagan estos impuestos; la suma de los impuestos indirectos es parte del valor agregado y por lo tanto es parte del valor de la producción. Sin embargo, al contabilizar los impuestos indirectos pagados por la rama "comercio", se incluyen tanto los impuestos indirectos que efectivamente gravan a la actividad de comercio como aquellos que, al gravar otras actividades de producción o de demanda final, son recaudados por dicho sector, el que actúa como un agente recaudador intermedio entre la actividad realmente gravada y el gobierno. Un ejemplo de este tipo de impuesto es el que se aplica al consumo de azúcar, el que se recauda en el momento en que se realiza la venta al consumidor final; en la matriz del SCN este impuesto está considerado dentro del valor agregado de la rama "Comercio". Esto significa que el valor bruto de producción de esta actividad está sobrestimado en el monto de estos impuestos y, por lo tanto, las actividades de producción, consumo, formación bruta de capital fijo y exportación contienen, dentro de sus márgenes de comercio, los impuestos indirectos en el margen de comercio. Por esta razón fue necesario deducir estos impuestos de la rama "Comercio" y reubicarlos en las actividades que realmente gravan, operación que implica recalcular el valor bruto de la producción de este sector.

Ejemplificaremos cómo se hizo esta separación. La Matriz de Impuestos Indirectos del SCN

CUADRO II.A.1. *Matriz de exportación-1970*

(millones de pesos a precios corrientes)

Va

Actividades de producción	*Agropecuario y silvicultura*	*Minería*	*Petróleo*	*Bienes soc. necesarios*	*Manufac. químicas*	*Constr. e insumos*	*Bienes de capital*	*Electricidad*	*Comercio*	*Comunicaciones y transportes*	*Otros servicios*	*Gbno. admón pública*	*Gbno. serv. de educación*	*Gbno. serv. médicos*
Agropecuario	3 060.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Minería	0.00	2 892.20	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Petróleo	0.00	0.00	5 34.20	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Bienes sociales	0.00	0.00	0.00	6 910.10	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Manufac.	0.00	0.00	0.00	0.00	575.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Construcción e insumos	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	302.80	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Bienes de capital	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	2033.30	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Electricidad	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Comercio	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	837.50	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Comunicaciones y transportes	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	819.70	0.00	0.00	0.00	0.00
Otros	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	75.20	0.00	0.00	0.00
Gobierno-admón. pública	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Gobierno-serv. de educación	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Gobierno-serv. médicos	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.003	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Total	*3 060.00*	*2 892.20*	*534.20*	*6 910.10*	*575.00*	*302.80*	*2 033.30*	*0.00*	*837.50*	*819.70*	*75.20*	*0.00*	*0.00*	*0.00*

FUENTE: Elaboración propia con base en INEGI.

desglosa las recaudaciones en 51 tipos de impuestos indirectos, los que para propósitos de nuestro sistema de cuentas fueron agregados en 15 (véase anexo C). De estos impuestos indirectos agregados se identificaron ocho que recaen en la actividad de comercio como impuestos indirectos en el margen de comercio de las actividades de producción y de demanda final. El análisis de estos ocho impuestos permitió identificar las actividades sobre las que incide cada uno de ellos. Con esto fue posible determinar en cada caso un criterio para distribuir el monto del impuesto entre las actividades gravadas. Por ejemplo, para algunos impuestos, como el del azúcar, cuya actividad de incidencia es únicamente la actividad de consumo de alimentos, el monto total del impuesto a distribuir se trasladó a una sola columna, la correspondiente a la única actividad gravada por el mismo. En otros casos, como el del impuesto federal sobre los ingresos mercantiles, el criterio fue distribuirlo en proporción al total de insumos de origen nacional utilizado por cada actividad de producción, de consumo privado y de formación bruta de capital fijo, ya que este impuesto se aplica sobre el valor total de todas las ventas, independientemente de si el destino es la producción o la demanda final. En resumen, de los ocho impuestos en el margen de comercio, siete corresponden a las actividades de producción, de consumo privado y de formación bruta de capital fijo; además, para el caso de las actividades de demanda final afectadas, cuatro de estos impuestos se clasifican como impuestos al volumen y tres como impuestos al valor, mientras que para el caso de las actividades de producción todos se consideran como impuestos al volumen. De esta forma se conformaron las matrices V_{UX}, que contienen el monto de cada uno de estos siete impuestos indirectos al margen de comercio que recaen sobre cada una de las 14 actividades de producción (véase el cuadro II.X.2); V_{UC} y V_{UI}, que incluyen los montos de cada uno de los cuatro impuestos indirectos en el margen de comercio, al volumen, que inciden sobre cada una de las 10 actividades de consumo y sobre las dos actividades de formación bruta de capital fijo, respectivamente, los que corresponden a los cuatro primeros impuestos de la matriz V_{UX} (véanse los cuadros II.C.2 y II.J.2); y V_{UPC} y V_{UPI}, que contienen los montos de cada uno de los tres impuestos indirectos en el margen de comercio, al valor, que inciden sobre cada una de las actividades de demanda final ya señaladas, los que se corresponden a los últimos tres impuestos de la matriz V_{UX} (véanse los cuadros II.C.3 y II.J.3). Finalmente, el otro impuesto indirecto en el margen de comercio es el impuesto indirecto a la exportación, el que fue distribuido exclusivamente entre las actividades de exportación, constituyendo la matriz (diagonal) V_{UA} (véase el cuadro II.A.2).

Los certificados de devolución de impuestos (Cedis), uno de los 51 impuestos indirectos considerados en el SCN, están asignados como impuestos negativos, o devolución de impuestos, sobre las actividades de origen de la producción destinada a la exportación. Sin embargo, los Cedis no subsidian la actividad de producción, sino la actividad de exportación; por lo tanto, el renglón de Cedis de la Matriz de Impuestos Indirectos se utilizó para elaborar la matriz (diagonal) TA, que incide exclusivamente sobre las actividades de exportación (véase el cuadro II.A.3).[3]

Una vez identificada la forma en que los impuestos indirectos en el margen de comercio afectan los costos de producción, podemos leer verticalmente el origen de la misma. Si nos situamos en alguna de las primeras 14 columnas del cuadro II.1, digamos la columna j-ésima, como primer elemento tenemos la columna j-ésima de la matriz V_X, donde se asientan los insumos que provienen de las 14 actividades de producción y que son utilizados por la actividad j.

A continuación encontramos la columna j-ésima de la matriz V_{UX}, de dimensión (7,14), que es la matriz de los siete impuestos indirectos en el margen de comercio de los insumos intermedios. Entonces, al leer la columna j-ésima observaremos los diferentes costos debido a los distintos impuestos indirectos que paga la actividad de producción j sobre sus insumos intermedios (véase el cuadro II.X.2).

[3] Para el año 1970, los elementos de este vector son nulos, puesto que en ese año no existían los Cedis.

CUADRO II.X.2. *Matriz de impuestos indirectos en el margen de comercio de las actividades de producción, 1970*

(millones de pesos a precios corrientes)

V_{UX}

Actividades de producción	*Agropecuario y silvicultura*	*Minería*	*Petróleo*	*Bienes Sociales necesarios*	*Manufac. químicas*	*Construcción e insumos*	*Bienes de capital*	*Electricidad*	*Comercio*	*Comunicaciones y transportes*	*Otros servicios*	*Gobierno admón. pública*	*Gobierno serv. de educación*	*Gobierno serv. médicos*
Impuestos indirectos sobre productos al valor	45.50	6.10	41.20	49.60	10.00	55.30	8.80	33.30	19.40	123.80	28.50	0.00	0.00	0.00
Impuestos sobre ingresos mercantiles	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Impuestos indirectos al azúcar y electricidad	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Impuestos sobre derechos aduanales	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Otros impuestos al volumen	32.60	27.40	67.20	695.60	279.80	182.10	792.30	0.00	20.70	143.20	122.00	8.10	0.00	0.00
Subsidios	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Impuestos sobre ingresos mercantiles a los insumos	86.80	17.10	49.20	412.80	39.10	141.40	138.80	58.60	5.00	57.90	99.70	83.60	0.00	0.00
Total	*164.90*	*50.60*	*157.60*	*1158.00*	*328.90*	*378.80*	*939.90*	*91.90*	*45.10*	*324.90*	*250.20*	*91.70*	*0.00*	*0.00*

FUENTE: Elaboración propia con base en INEGI.

CUADRO II.C.2. *Matriz de impuestos (al volumen) en el margen de comercio de las actividades de consumo, 1970*

(millones de pesos a precios corrientes)

V_{UC}

Actividades de producción	*Alimentos*	*Bebidas y tabaco*	*Vestuario y calzado*	*Alquileres*	*Muebles*	*Gastos médicos*	*Comunicaciones y transportes*	*Diversiones y educación*	*Otros servicios*	*Consumo de residentes en el extranjero*
Impuestos derechos aduanales	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	39.50	0.00	0.00	0.00
Otros impuestos al volumen	55.10	5.80	44.60	16.20	71.20	10.00	67.60	48.30	93.80	0.00
Subsidios	−526.20	−86.50	−178.00	−188.90	−192.20	−44.90	−113.40	−72.30	−140.30	0.00
Impuesto sobre ingresos mercantiles a los insumos	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Total	*−471.10*	*−80.70*	*−133.40*	*−172.70*	*−121.00*	*−34.90*	*−6.30*	*−24.00*	*−46.50*	*0.00*

FUENTE: Elaboración propia con base en INEGI.

CUADRO II.C.3. *Matriz de impuestos indirectos (al valor) en el margen de comercio de las actividades de consumo, 1970*

(millones de pesos a precios corrientes)

V_{UPC}

Actividades de producción	*Alimentos*	*Bebidas y tabaco*	*Vestuario y calzado*	*Alquileres*	*Muebles*	*Gastos médicos*	*Comunicaciones y transportes*	*Diversiones y educación*	*Otros servicios*	*Consumo de residentes en el extranjero*
Impuestos indirectos sobre productos al valor	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	140.20	0.00	66.00	0.00
Impuestos sobre ingresos mercantiles	470.40	77.30	159.10	168.90	171.70	40.20	101.40	64.60	112.50	0.00
Impuestos indirectos al azúcar y electrónicos	33.80	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Total	*504.20*	*77.30*	*159.10*	*168.90*	*171.70*	*40.20*	*241.60*	*64.60*	*178.50*	*0.00*

FUENTE: Elaboración propia con base en INEGI.

CUADRO II.J.2. *Matriz de impuestos indirectos (al volumen) en el margen de comercio de formación bruta de capital fijo, 1970*
(millones de pesos a precios corrientes)
V_{UJ}

Actividades de producción	*Construcción*	*Maquinaria y equipo*
Impuestos derechos aduanales	0.00	0.00
Otros impuestos al volumen	0.00	1 294.20
Subsidios	0.00	0.00
Impuesto sobre ingresos mercantiles a los insumos	0.00	0.00
Total	*0.00*	*1 294.20*

FUENTE: Elaboración propia con base en INEGI.

CUADRO II.J.3. *Matriz de impuestos (al volumen) en el margen de comercio de formación bruta de capital fijo, 1970*
(millones de pesos a precios corrientes)
V_{UPJ}

Actividades de producción	*Construcción*	*Maquinaria y equipo*
Impuestos ind. sobre productos al valor	0.00	0.00
Impuestos sobre ingresos mercantiles	186.50	152.80
Impuestos ind. al azúcar y electrónica	0.00	0.00
Total	*186.50*	*152.8*

FUENTE: Elaboración propia con base en INEGI.

CUADRO II.A.2. *Vector de impuestos a las actividades de exportación, 1970*
(millones de pesos a precios corrientes)
V_{UA}

	Impuesto a la exportación
Agropecuario y silvicultura	75.68
Minería	71.53
Petróleo	13.21
Bienes socialmente necesarios	170.91
Manufacturas químicas	14.22
Construcción e insumos	7.49
Bienes de capital	50.29
Electricidad	0.00
Comercio	32.52
Comunicaciones y transportes	20.27
Otros servicios	1.86
Gobierno-admón. pública	0.00
Gobierno-serv. de educación	0.00
Gobierno-serv. médicos	0.00
Total	*458.00*

FUENTE: Elaboración propia con base en INEGI.

CUADRO II.X.3. *Matriz de importación de insumos intermedios para las actividades de producción, 1970*

(millones de pesos a precios corrientes)

V_{BX}

Actividades de producción	*Agropecuario y silv.*	*Minería*	*Petróleo*	*Bienes socialmente necesarios*	*Manufacturas químicas*	*Construcción e insumos*	*Bienes de capital*	*Electricidad*	*Comercio*	*Comunicaciones y transportes*	*Otros servicios*	*Gobierno admón. pública*	*Gobierno serv. de educación*	*Gobierno serv. médicos*
Agropecuario y silvicultura	81.8	0	0	1026.5	167.3	4.2	0	0.9	0	0	0.6	11	0	0
Minería	0	71.5	1.2	345.1	7.3	286.2	329.2	1	0	0	0	0	0	0
Petróleo	0	87.9	40.5	88.5	646.7	14.6	2.9	1.1	0	137.9	0	0.4	0	0
Bienes socialmente necesarios	100.5	3.3	62	2565.4	124.5	37.1	55.7	5.4	0	5.1	201.1	6.5	1.4	8.9
Manufacturas químicas	21.2	28.2	138.3	919.9	1108.4	101.4	172.9	1.5	0	29.1	47.4	1.4	0.3	2.1
Construcción e insumos	0	9.5	6.6	21.4	6.9	255.4	115.4	8.3	0	7.1	10.9	0.9	0.1	0.5
Bienes de capital	37.7	2.5	249	184.2	11	646.9	5189.3	131	0	883.4	570.8	39.6	3.9	25.3
Electricidad	0	0	0	0	0	0	0	4.2	0	0	0	0	0	0
Comercio	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Comunic. y transportes	0	0	0	0	0	0	0	0	0	133	935.1	145	0	0
Otros servicios	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	39.6	0	0.3	1.7
Gobierno-admón. pública	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Gobierno-serv. de educación	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Gobierno-serv. médicos	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Total	*241.2*	*202.9*	*497.6*	*5 151*	*2 072.1*	*1 348.8*	*5 865.4*	*153.4*	*0*	*1 195.6*	*1305.4*	*204.8*	*5.9*	*38.5*

FUENTE: Elaboración propia con base en INEGI.

CUADRO II.X.4. *Matriz de impuestos indirectos (al volumen) a las actividades de producción, 1970*

(millones de pesos a precios corrientes)

V_H

Actividades de producción	*Agro-pecuario y silvicultura*	*Minería*	*Petróleo*	*Bienes socialmente necesarios*	*Manufac. químicas*	*Construcción e insumos*	*Bienes de capital*	*Electricidad*	*Comercio*	*Comunica-ciones y transportes*	*Otros servicios*	*Gobierno admón. pública*	*Gobierno serv. de educación*	*Gobierno serv. médicos*
Impuestos sobre productos al volumen	59.90	4.20	10.10	521.60	12.20	12.90	29.00	25.50	594.30	81.10	356.40	1.10	2.20	0.00
Otros impuestos al volumen	579.70	11.80	0.00	0.00	0.00	0.00	104.10	17.60	0.00	0.00	0.00	8.20	16.70	0.30
Impuestos a entidades gubernamentales	0.00	0.00	855.90	879.10	115.70	228.30	399.70	7.50	807.20	301.10	2352.50	45.00	14.50	0.10
Subsidios	−406.40	−22.60	0.00	−19.20	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	−929.00	−200.00	0.00	0.00	0.00
Total	*233.2*	*−6.6*	*866.00*	*1381.5*	*127.90*	*241.20*	*532.80*	*50.60*	*1 401.50*	*−546.80*	*2 508.90*	*54.30*	*33.40*	*0.40*

FUENTE: Elaboración propia con base en INEGI.

CUADRO II.X.5. *Matriz de impuestos indirectos (al valor) a las actividades de producción, 1970*

(millones de pesos a precios corrientes)

V_{HP}

Actividades de producción	*Agro-pecuario y silvicultura*	*Minería*	*Petróleo*	*Bienes socialmente necesarios*	*Manufac. químicas*	*Construcción e insumos*	*Bienes de capital*	*Electricidad*	*Comercio*	*Comunica-ciones y transportes*	*Otros servicios*	*Gobierno admón. pública*	*Gobierno serv. de educación*	*Gobierno serv. médicos*
Impuestos a la explotación	63.20	403.90	0.00	0.00	0.00	5.60	0.00	0.40	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Impuestos al petróleo	3.80	2.10	561.10	449.50	99.60	181.80	0.60	2.50	24.00	853.10	21.90	1.20	2.40	0.00
Impuestos energía eléctrica	0.00	0.00	293.20	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Impuestos indirectos sobre productos al valor	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	683.70	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Impuestos sobre ingresos mercantiles	7.70	4.50	0.50	782.60	153.30	109.00	541.70	0.00	477.90	19.50	598.60	0.00	0.00	0.00
Impuestos a la exportación	0.00	0.00	13.80	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Otros	0.00	0.00	0.00	1 398.20	42.90	123.20	138.20	0.00	12.90	0.00	76.10	0.00	0.00	0.00
Total	*74.70*	*410.50*	*868.60*	*2 630.30*	*295.80*	*419.60*	*680.50*	*686.60*	*514.80*	*872.60*	*696.60*	*1.20*	*2.40*	*0.00*

FUENTE: Elaboración propia con base en INEGI.

CUADRO II.X.6. *Vector de remuneraciones a los asalariados, excedente de explotación y valor bruto de la producción, 1970*

(millones de pesos a precios corrientes)

Actividades de producción	*Agropecuario y silvicultura*	*Minería*	*Petróleo*	*Bienes socialmente necesarios*	*Manufac. químicas*	*Construcción e insumos*	*Bienes de capital*	*Electricidad*	*Comercio*	*Comunicaciones y transportes*	*Otros servicios*	*Gobierno admón. pública*	*Gobierno serv. de educación*	*Gobierno serv. médicos*
Remuneración de asalariados	15 101.6	2 231.6	4 083.8	19 911.1	3 258	18 249.3	10 784.7	2 116.6	20 575.3	9 590.9	28 118.4	12 182.7	7 735.9	4 513.6
Excedente de explotación	38 713.7	4 199.5	3 102.8	33 352.7	5 297.6	14 315.2	12 689.1	2 292.9	72 344.1	11 440.7	65 951.2	305.4	47	124.5
Valor bruto de la producción	74 587.4	11 049.9	20 899	158 618.1	20 177.2	67 546	62 925.7	6 458.8	108 490.1	32 800.6	127 285.9	16 695.3	8 598.3	6 949.7

FUENTE: Elaboración propia con base en INEGI

En seguida encontramos la columna *j*-ésima de V_{BX}, que es la matriz de importación de insumos, de dimensión (14,14), cuyo elemento V_{ij}^{BX} es la cantidad importada por la actividad de importación *i* utilizada como insumo en la actividad de producción *j*. A lo largo de la columna *j*-ésima de esta matriz se leen los diferentes insumos importados utilizados por la actividad de producción *j* (véase el cuadro II.X.3).

Más abajo se ubica la columna *j*-ésima de V_H, que es la matriz de impuestos indirectos al volumen sobre las actividades de producción, de dimensión (4,14), y la columna *j*-ésima de V_{HP}, que es la matriz de impuestos indirectos al valor sobre las actividades de producción, de dimensión (7,14). Las columnas *j*-ésimas de las matrices V_H y V_{HP} detallan el monto de cada uno de estos tipos de impuestos indirectos, al volumen y al valor, respectivamente, pagados por la actividad de producción *j* (véanse los cuadros II.X.4 y II.X.5, respectivamente).

Por último aparecen dos vectores: *W*, de dimensión (14), que representa el vector de remuneración de asalariados, donde el elemento W_j es la cantidad de remuneración de asalariados correspondiente a la actividad de producción *j*, y *RD*, que representa el vector de excedente de explotación, donde el elemento RD_j es la cantidad de excedente de explotación correspondiente a la actividad de producción *j* (véase el cuadro II.X.6).

Ahora bien, podemos expresar el valor bruto de la producción de la actividad de producción *j*, X_j, a precios de productor, de acuerdo con la siguiente identidad:

$$X_j = \sum_{i=1}^{14} V_{ij}^{X} + \sum_{i=1}^{7} V_{ij}^{UX} + \sum_{i=1}^{14} V_{ij}^{BX} + \sum_{i=1}^{4} V_{ij}^{H} + \sum_{i=1}^{7} V_{ij}^{HP} + W_j + RD_j \qquad j = 1,2,\ldots,14$$

En términos matriciales, podemos escribir

$$X = \iota V_X + \iota V_{UX} + \iota V_{BX} + \iota V_H + \iota V_{HP} + W + RD$$

donde nuevamente ι es un vector unitario cuya dimensión depende ahora del número de filas de la matriz que premultiplica. El resultado, en cada caso, es un vector cuyos elementos corresponden a la suma de los elementos de las columnas correspondientes de la matriz en cuestión. Es decir, el valor bruto de la producción es igual a la suma de los diferentes componentes del costo de las actividades de producción, a saber:

V_X: insumos de origen nacional;
V_{UX}: impuestos indirectos en el margen de comercio de los insumos intermedios;
V_{BX}: insumos de origen importado;
V_H: impuestos indirectos sobre la producción, al volumen;
V_{HP}: impuestos indirectos sobre la producción, al valor;
W: remuneración de asalariados;
RD: excedente de explotación.

II.2.2. Impuestos indirectos en el margen de comercio

Los impuestos indirectos en el margen de comercio se asientan por separado, dependiendo del tipo de impuesto. En la lectura de los renglones correspondientes a estos impuestos, encontramos en primer lugar a V_{UX}, matriz descrita anteriormente, de dimensión (7,14), que representa los impuestos en el margen de comercio de los insumos intermedios (véase el cuadro II.X.2). En segundo lugar, encontramos dos matrices, V_{UC} y V_{UPC}. La primera, de dimensión (4,10), representa la matriz de impuestos indirectos, al volumen, en el margen de comercio de las actividades de consumo (véase el cuadro II.C.2); la segunda, de dimensión (3,10), representa también impuestos indirectos del mismo tipo, pero aplicados al valor (véase el cuadro II.C.3). Si continuamos sobre los mismos renglones, tenemos otras dos matrices, V_{UI} y V_{UPI}. La primera, de dimensión (4,2), es una matriz de impuestos indirectos, al volumen, en el margen de comercio de las actividades de formación bruta de capital fijo (véase el cuadro II.J.2); la segunda, de dimensión (3,2), representa también impuestos indirectos del mismo tipo, pero aplicados al valor (véase el cuadro II.J.3).

Los cuatro primeros renglones de la matriz V_{UX}, de dimensión (7,14), se refieren a los mismos impuestos incluidos en los cuatro renglones de las matrices V_{UC} y V_{UI}, de dimensiones (4,10) y (4,2), respectivamente, y los últimos tres renglones de la matriz V_{UX} se refieren a los mismos impuestos considerados en los tres renglones de las matrices V_{UPC} y V_{UPI}, de dimensiones (3,10) y (3,2), respectivamente. Por lo tanto, estas matrices corresponden a los siete primeros impuestos en el margen de comercio, que junto con el impuesto a la exportación (al valor), V_{UA}, integran los ocho impuestos indirectos en el margen de comercio. Con más precisión:

$$V_{UC}\iota + V_{UI}\iota = U_U$$

$$V_{UPC}\iota + V_{UPI}\iota = U_{UP}$$

$$V_{UX}\iota = U_X$$

$$\iota V_{UA}\iota = U_{UA}$$

donde U_U es un vector de dimensión (4,1), cuyos elementos resultan de sumar las filas correspondientes de las matrices V_{UC} y V_{UI}, es decir, el *i*-ésimo elemento es el monto total del impuesto en el margen de comercio *i*, al volumen, que grava las actividades de consumo y de formación bruta de capital fijo; U_{UP} es un vector de dimensión (3,1), cuyos elementos resultan de sumar las filas correspondientes de las matrices V_{UPC} y V_{UPI}, es decir, el *i*-ésimo elemento es el monto total del impuesto en el margen de comercio *i*, al valor, que grava las actividades de consumo y de formación bruta de capital fijo; U_X es un vector de dimensión (7,1), cuyos elementos resultan de sumar las filas correspondientes de la matriz V_{UX}, es decir, el *i*-ésimo elemento es el monto total del impuesto en el margen de comercio *i* que grava las actividades de producción; y finalmente U_{UA} es un escalar que resulta de sumar los elementos de la matriz (diagonal) V_{UA}, es decir, es el monto total del impuesto a la exportación. Ahora podemos ordenar en forma consistente estos resultados:

$$U = \begin{bmatrix} U_U \\ \hline U_{UP} \\ \hline U_{UA} \\ \end{bmatrix} + U_X$$

donde U es un vector de dimensión (8,1), cuyos siete primeros elementos corresponden al monto total de los impuestos en el margen de comercio que gravan las actividades de producción, de consumo y de formación bruta de capital fijo, mientras que el último elemento se refiere al monto total del impuesto a la exportación, que sólo grava esas actividades. Es decir, el *i*-ésimo elemento del vector U es el total del impuesto en el margen de comercio *i*. Finalmente, podemos definir:

$$U_T = \sum_{i=1}^{8} U_i$$

donde U_T es el total de los impuestos indirectos en el margen de comercio.

De acuerdo con lo expuesto, un mismo impuesto indirecto en el margen de comercio ocupará una posición (fila) en la matriz V_{UX} y otra posición (fila) en las matrices V_{UC} y V_{UI} o en las matrices V_{UPC} y V_{UPI}, mientras que el impuesto a la exportación, único componente de la matriz (diagonal) V_{UA}, no aparece en ninguna de estas matrices. Así, por ejemplo, el impuesto "Otros impuestos al volumen", incluido en la fila 5 de la matriz V_{UX} (véase el cuadro II.X.2), se ubica en la fila 2 de la matriz V_{UC} (véase el cuadro II.C.2) y de la matriz V_{UI} (véase el cuadro II.J.2).

II.2.3. Importaciones

Las columnas de las diferentes matrices que integran la fila Importaciones del sistema de cuentas representan los destinos de los bienes y servicios importados por la actividad de importación correspondiente a cada fila. En ellas encontramos, en primer lugar, a V_{BX}, matriz descrita anteriormente (véase el cuadro II.X.3), que representa la matriz de importación de insumos intermedios, de dimensión (14,14); en seguida a V_{BC}, que representa la matriz de importación de consumo privado, de dimensión (14,10), donde el elemento V_{ij}^{BC} es la cantidad importada por la actividad de importación i consumida en el objeto del gasto j (véase el cuadro II.C.4); a continuación V_{BI}, que representa la matriz de importación de formación bruta de capital fijo, de dimensión (14,2), donde el elemento V_{ij}^{BI} es la cantidad importada por la actividad de importación i cuyo destino es la actividad de formación bruta de capital fijo j (véase el cuadro II.J.4). Por último, L_B es el vector de importación de variación de existencias, de dimensión (14,1), donde el elemento L_j^B es la cantidad importada por la actividad de importación j cuyo destino es la actividad de variación de existencias (véase el cuadro II.L.2). Resumiendo, los diferentes destinos posibles de las importaciones son:

V_{BX}: importación de insumos intermedios para la producción;
V_{BC}: importación para consumo privado;
V_{BI}: importación para formación bruta de capital fijo;
L_B: importación para variación de existencias.

Ahora bien, la suma a lo largo del renglón i-ésimo de todas estas matrices es la cantidad total importada por la actividad de importación i, que corresponde al elemento i-ésimo del vector B. Por lo tanto, si B_i representa el total de la actividad de importación i, podemos escribir

$$B_i = \sum_{j=1}^{14} V_{ij}^{BX} + \sum_{j=1}^{10} V_{ij}^{BC} + \sum_{j=1}^{2} V_{ij}^{BI} + L_i^B \qquad i = 1,\dots,14$$

o, en términos matriciales, nos queda

$$B = V_{BX}\iota + V_{BC}\iota + V_{BI}\iota + L_B$$

Además, definimos:

$$B_T = \sum_{i=1}^{14} B_i$$

CUADRO II.C.4. *Matriz de importación para consumo privado, 1970*

(millones de pesos a precios corrientes)

V_{BC}

Actividades de producción	*Alimentos*	*Bebidas y tabaco*	*Vestuario y calzado*	*Alquileres*	*Muebles*	*Gastos médicos*	*Comunicaciones y transportes*	*Diversiones y educación*	*Otros servicios*	*Consumo de residentes en el extranjero*
Agropecuario y silvicultura	113.80	0.00	0.00	4.58	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Minería	0.30	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Petróleo	0.00	0.00	0.00	149.07	0.00	0.00	296.53	0.00	0.00	0.00
Bienes socialmente necesarios	885.60	239.98	334.56	0.00	92.28	51.79	0.00	27.28	53.62	0.00
Manufacturas químicas	0.00	0.00	5.09	0.00	20.63	0.30	5.70	17.15	10.24	0.00
Construcción e insumos	0.00	0.00	0.00	0.00	10.71	0.00	0.00	0.00	0.39	0.00
Bienes de capital	0.00	0.00	0.00	0.00	242.49	0.27	174.29	89.08	0.17	0.00
Electricidad	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Comercio	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Comunicaciones y transportes	0.00	0.00	0.00	186.9	0.00	0.00	0.00	0.00	49.2	0.00
Otros servicios	0.00	0.00	16.45	94.7	99.50	37.31	21.55	61.10	125.2	9 434.00
Gobierno-admón. pública	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Gobierno-serv. de educación	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Gobierno-serv. médicos	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Total	*999.70*	*239.98*	*356.10*	*435 25*	*465.61*	*89.67*	*498.07*	*194.61*	*238.81*	*9 434.00*

FUENTE: Elaboración propia con base en INEGI.

CUADRO II.J.4. *Matriz de importación para formación bruta de capital fijo, 1970*
(millones de pesos a precios corrientes)
V_{BJ}

	Construcción	*Maquinaria y equipo*
Agropecuario y silvicultura	0.00	72.00
Minería	0.00	0.00
Petróleo	0.00	0.00
Bienes socialmente necesarios	0.00	602.10
Manufacturas químicas	0.00	0.30
Construcción e insumos	0.00	29.70
Bienes de capital	0.00	8 871.00
Electricidad	0.00	0.00
Comercio	0.00	0.00
Comunicaciones y transportes	0.00	0.00
Otros servicios	0.00	4.00
Gobierno admón. pública	0.00	0.00
Gobierno serv. de educación	0.00	0.00
Gobierno serv. médicos	0.00	0.00
Total	*0.00*	*9 579.10*

FUENTE: Elaboración propia con base en INEGI.

CUADRO II.L.2. *Vector de variación de existencias de origen importado, 1970*
(millones de pesos a precios corrientes)
L_B

Actividades de producción	
Agropecuario y silvicultura	105.70
Minería	56.10
Petróleo	78.10
Bienes socialmente necesarios	191.20
Manufacturas químicas	202.00
Construcción e insumos	33.90
Bienes de capital	414.60
Electricidad	0.00
Comercio	0.00
Comunicaciones y transportes	0.00
Otros servicios	3.00
Gobierno-admón. pública	0.00
Gobierno-serv. de educación	0.00
Gobierno-serv. médicos	0.00
Total	*1 084.60*

FUENTE: Elaboración propia con base en INEGI.

o sea,

$$B_T = \iota B$$

donde B_T es la importación total de bienes y servicios.

II.2.4. Impuestos indirectos sobre la producción

Podemos ahora definir el vector H como el resultado de sumar por separado, en forma horizontal, las matrices V_{HP} y V_{H}, por un lado, y todos los elementos de la matriz (diagonal) TA, por el otro. Concretamente, podemos definir:

$$V_H \iota = H_H$$

$$V_{HP} \iota = H_{HP}$$

$$\iota TA \iota = TA_T$$

de tal forma que:

$$H = \left[\begin{array}{c} H_H \\ \hline H_{HP} \\ \hline TA_T \\ \\ \end{array} \right]$$

Por lo tanto, el vector H tendrá dimensión (12,1); los primeros cuatro elementos son los totales de los cuatro impuestos sobre la producción al volumen, los siguientes siete elementos corresponden a los totales de los siete impuestos sobre la producción al valor y el último corresponde al total de los Cedis. Ahora, podemos definir:

$$H_T = \sum_{i=1}^{12} H_i$$

o bien:

$$H_T = \iota H$$

donde H_T es el monto total de los impuestos indirectos sobre la producción.

Un aspecto que es importante remarcar en la descripción de las matrices que se refieren a los impuestos indirectos es que un mismo impuesto puede estar incluido simultáneamente en diferentes matrices en una posición (fila) diferente. En el apartado II.2.2 identificamos este hecho con referencia a las matrices correspondientes a los impuestos indirectos en el margen de comercio. Aquí extendemos esta descripción al conjunto de las matrices, tanto de este tipo de impuestos, como a las de los impuestos sobre la producción. Así, por ejemplo, el impuesto indirecto llamado "Subsidios" ocupa la posición (fila) 6 en la matriz V_{UX} (véase el cuadro II.X.2), la posición 3 en la matriz V_{UC} (véase cuadro II.C.2) y en la matriz V_{UJ} (véase cuadro II.J.2), y la posición 4 en la matriz V_H (véase cuadro II.X.4). En consecuencia, es posible sintetizar estas relaciones en una matriz, donde se establezca una fila para cada impuesto indirecto incluido en el sistema de cuentas y una columna para cada una de las matrices descritas, anotándose para cada impuesto (fila) la posición que ocupa en cada matriz, en el cruce fila-columna correspondiente. En el cuadro II.2 mostramos esta matriz, donde podemos apreciar la posición que ocupa cada uno de los 15 impuestos incluidos en el sistema de cuentas en cada una de las submatrices del mismo. Así, por ejemplo, el concepto "Subsidios" se ubica en el renglón 6 de la matriz V_{UX}, en el renglón 3 de la matriz V_{UC} y de la matriz V_{UI}, y en el renglón 4 de la submatriz V_H.

II.2.5. Remuneración de asalariados y excedente de explotación

Finalmente, en las últimas columnas del cuadro II.1 incluimos los totales de la remuneración de asalariados y del excedente de explotación, es decir:

$$W_T = \sum_{j=1}^{14} W_j \qquad RD_T = \sum_{j=1}^{14} RD_j \qquad j = 1, 2, \ldots, 14.$$

II.2.6. Producto bruto

Ahora podemos definir el producto bruto como la suma de la remuneración de asalariados, el excedente de explotación y los impuestos indirectos sobre la producción (al valor y al volumen), es decir:

$$E = W + RD + \iota V_H + \iota V_{HP}$$

Donde:

$E = \{E_j\}$: es un vector donde el elemento *j*-ésimo es el producto bruto de la actividad de producción *j*.

Entonces, definimos:

$$E_T = \sum_{j=1}^{14} E_j$$

donde E_T es el producto bruto total.

CUADRO II.2. *Matriz de correspondencia entre los impuestos indirectos y las submatrices del sistema de cuentas*

Códigos	*Impuestos*	V_{UX}	V_{UC}	V_{UPC}	V_{UI}	V_{UPI}	V_{UA}	V_{H}	V_{HP}	*TA*
HP1	Impuestos a la explotación								1	
HP2	Impuestos al petróleo								2	
HP3	Impuesto energía eléctrica								3	
HP4	Impuestos indirectos sobre productos al valor	1		1		1			4	
HP5	Impuestos sobre ingresos mercantiles	2		2		2			5	
HP6-1	Impuestos a la exportación de petróleo						3		6	
HP7	Otros impuestos al valor								7	
HP8	Impuestos indirectos al azúcar y electrónicos	3		3		3				
H09	Impuestos sobre productos, al volumen							1		
H10	Impuestos sobre derechos aduanales	4	1		1					
H11	Otros impuestos al volumen	5	2		2			2		
H12	Impuestos de entidades gubernamentales							3		
H13	Subsidios	6	3		3			4		
H14	Impuesto sobre ingresos mercantiles a los insumos	7	4		4					
HP6-2	Impuesto a la exportación de productos agropecuarios						1			
HP6-3	Impuesto a la exportación de productos mineros						2			
HP6-4	Impuesto a la exportación de bienes socialmente necesarios						4			
HP6-5	Impuesto a la exportación de químicos						5			
HP6-6	Impuesto a la exportación de construcción e insumos						6			
HP6-7	Impuesto a la exportación de bienes de capital						7			
HP6-8	Impuesto a la exportación de electricidad						8			
HP6-9	Impuesto a la exportación de comercio						9			
HP6-10	Impuesto a la exportación de comunicación y transporte						10			
HP6-11	Impuesto a la exportación de otros servicios						11			
HP6-12	Impuesto a la exportación de gob. administrac. pública						12			
HP6-13	Impuesto a la exportación de gob. Servic. de educación						13			
HP6-14	Impuesto a la exportación de gob. Servic. de salud						14			
HP15-1	Cedis a la exportación de productos agropecuarios									1

HP15-2	Cedis a la exportación de productos mineros	2
HP15-3	Cedis a la exportación de petróleo	3
HP15-4	Cedis a la exportación de bienes socialmente necesarios	4
HP15-5	Cedis a la exportación de químicos	5
HP15-6	Cedis a la exportación de construcción e insumos	6
HP15-7	Cedis a la exportación de bienes de capital	7
HP15-8	Cedis a la exportación de electricidad	8
HP15-9	Cedis a la exportación de comercio	9
HP15-10	Cedis a la exportación de comunicación y transporte	10
HP15-11	Cedis a la exportación de otros servicios	11
HP15-12	Cedis a la exportación de gob.-administrac. pública	12
HP15-13	Cedis a la exportación de gob.-servic. de educación	13
HP15-14	Cedis a la exportación de gob.-servic. de salud	14

FUENTE: Elaboración propia.

II.2.7. Componentes de la demanda final

Los componentes de la demanda final (consumo privado, consumo del gobierno, formación bruta de capital fijo, variación de existencias y exportación) tienen tratamientos semejantes, por lo que sólo ejemplificaremos a través de la descripción del consumo privado.

Las columnas de las matrices correspondientes al consumo privado describen los componentes del objeto del gasto correspondiente. La suma de la columna j-ésima, entonces, es igual al valor total del objeto de consumo j, cuyos componentes son los bienes y servicios de origen nacional utilizados en la actividad de consumo j, esto es, la columna j-ésima de la matriz V_C, más los impuestos indirectos en el margen de comercio de esa actividad, o sea, la j-ésima columna de V_{UC} y de V_{UPC}, más los bienes y servicios importados utilizados en esa actividad, o sea, la columna j-ésima de V_{BC}. Entonces, el valor total del objeto del gasto j será el elemento j-ésimo del vector C, es decir:

$$C_j = \sum_{i=1}^{14} V_{ij}^{C} + \sum_{i=1}^{4} V_{ij}^{UC} + \sum_{i=1}^{3} V_{ij}^{UPC} + \sum_{i=1}^{14} V_{ij}^{BC} \qquad j = 1,2,\ldots,10.$$

En forma análoga, podemos escribir para los otros componentes de la demanda final:

$$G_j = \sum_{i=1}^{14} V_{ij}^{G} \qquad J = 1,2,3.$$

$$J_j = \sum_{i=1}^{14} V_{ij}^{J} + \sum_{i=1}^{4} V_{ij}^{UJ} + \sum_{i=1}^{4} V_{ij}^{UPJ} + \sum_{i=1}^{14} V_{ij}^{BJ} \qquad j = 1,2.$$

$$L_T = \sum_{i=1}^{14} L_i^D + \sum_{i=1}^{14} L_i^B$$

$$A_j = \sum_{i=1}^{14} V_{ij}^A + V_{jj}^{UA} + TA_{jj} \qquad j = 1,2,\ldots,14.$$

Ahora, definimos:

$C_T = \sum_{j=1}^{10} C_j$: consumo privado total

$G_T = \sum_{j=1}^{3} G_j$: consumo del gobierno total

$J_T = \sum_{j=1}^{2} j_j$: formación bruta de capital fijo

$L_T^D = \sum_{i=0}^{14} L_i^D$: variación de existencias domésticas total

$L_T^B = \sum_{i=1}^{5} L_i^B$: variación de existencias importadas total

$L_T = L_T^D + L_T^B$: variación de existencias total

$A_T = \sum_{j=1}^{5} A_j$: exportación total

II.2.8. Identidad contable: producto-ingreso

La elaboración del sistema de cuentas tomó como marco contable de referencias el SCN, del cual incorporó diversas cifras de control que no fueron alteradas, tales como la igualdad entre el producto interno bruto (PIB) y el valor agregado total (VA_T). Según nuestros conceptos, el primero se determina de acuerdo con la siguiente identidad:

$$\text{PIB} = C_T + G_T + J_T + L_T + A_T - B_T$$

Observemos que las cifras correspondientes a los conceptos del lado derecho deben ser iguales a las que se presentan para los mismos en el cuadro básico de oferta y utilización del SCN. El segundo se determina de acuerdo con la expresión:

$$\text{VA}_T = E_T + U_T + TA_T$$

Recordemos que en este caso, como ya hemos explicado, el valor de la producción y, consecuentemente, el producto bruto de la actividad de producción "Comercio", se disminuyen por la deducción de los impuestos indirectos en el margen de comercio, los cuales no están incluidos en E_T. Por otra parte, los Cedis fueron considerados como un subsidio a la exportación y, por lo tanto, tampoco se incluyeron en E_T. Una vez ajustado E_T por estos dos conceptos, debe cumplirse que:

$$\text{PIB} = \text{VA}_T$$

REFERENCIAS

Baranda, V., Ten Kate, A. y G. Villegas (1993), "Matriz de insumo-producto de México para 1990", *Economía Mexicana, Nueva época*, México, vol. II, núm. 1, enero-junio.

DGE (1981), *Sistema de Cuentas Nacionales de México, 1970-1978*, México, Dirección General de Estadística.

DGE (1982), *Sistema de Cuentas Nacionales de México, 1978-1980*, México Dirección General de Estadística.

INEGI (1986), *Matriz de Insumo Producto, año 1980*, México, Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática.

INEGI-PNUD (1983), *Sistema de Cuentas Nacionales de México, 1979-1981*, México, Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática, Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo.

INEGI-PNUD (1984), *Sistema de Cuentas Nacionales de México, 1980-1982*, México, Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática, Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo.

INEGI-PNUD (1985), *Sistema de Cuentas Nacionales de México, 1981-1983*, México, Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática, Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo.

INEGI-PNUD (1986), *Sistema de Cuentas Nacionales de México, 1982-1984*, México, Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática, Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo.

INEGI-PNUD (1988), *Sistema de Cuentas Nacionales de México, 1980-1986*, México, Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática, Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo.

INEGI-PNUD (1989), *Sistema de Cuentas Nacionales de México, 1981-1987*, México, Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática, Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo.

INEGI-PNUD (1991), *Sistema de Cuentas Nacionales de México, 1986-1989*, México, Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática, Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo.

Naciones Unidas (1970), *Un sistema de cuentas nacionales*, Nueva York, Estudios de Métodos Serie F, núm. 2, rev. 3, Naciones Unidas.

Secretaría de Programación y Presupuesto, Banco de México, S.A., Organización de las Naciones Unidas para el Desarrollo (1979), *Matriz de Insumo Producto de México, año 1970*, México.

Secretaría de Programación y Presupuesto, Banco de México, S.A., Organización de las Naciones Unidas para el Desarrollo (1980), *Submatriz de consumo privado por objeto del gasto y rama de actividad económica del origen, año 1970*, México.

Secretaría de Programación y Presupuesto, Banco de México, S.A., Organización de las Naciones Unidas para el Desarrollo (1981), *Sistema de Cuentas Nacionales de México*, México.

CAPÍTULO III

EL MODELO DE PRECIOS

III.1. Coeficientes e índices del modelo de precios

El modelo de precios calcula un conjunto de índices de precios a partir de una proposición básica que se repite para los índices de las diferentes actividades: el índice de precio de cualquier actividad es igual a la suma ponderada de los índices de precios de las diferentes actividades que proveen los flujos (o insumos) necesarios para producir la actividad en cuestión. Los ponderadores son las cantidades requeridas de cada actividad por unidad de producción de la actividad analizada, los que se suponen constantes a lo largo del tiempo. Por lo tanto, los ponderadores son coeficientes o parámetros del Modelo y se calculan a partir del sistema de cuentas ya expuesto, de acuerdo con el procedimiento que describimos a continuación.

A cada matriz (o vector) de flujos del sistema de cuentas le corresponde una matriz de coeficientes, que denotaremos con el símbolo Λ; cada elemento de estas matrices es un *ponderador* y, en general, puede definirse como la cantidad requerida de la actividad correspondiente a la fila por unidad "producida" de la actividad correspondiente a la columna. Para calcular las matrices Λ, primero se suman todos los elementos correspondientes a cada una de las columnas del sistema de cuentas, obteniéndose así el valor total de cada actividad. Finalmente se dividen los elementos de cada columna entre el valor de la suma de la misma, con lo que se obtiene la "participación" de aquéllos en la producción de la actividad correspondiente a la columna.

Ejemplifique el procedimiento descrito con las primeras 14 columnas del sistema de cuentas, correspondientes a las 14 actividades de producción del modelo. Si sumamos las columnas de las matrices y vectores V_X, V_{UX}, V_{BX}, V_H, V_{HP}, W y RD, obtenemos el vector X, de dimensión (1,14), donde el elemento X_j es el valor bruto de la producción de la actividad de producción j. Si ahora dividimos cada elemento de la columna j-ésima de estas matrices entre X_j, obtenemos los ponderadores. Entonces, podemos definir Λ_X como la matriz de coeficientes de insumos de origen doméstico para la producción, esto es:

$$\Lambda_X = \left\{\lambda_{ij}^{X}\right\} = \left\{\frac{V_{ij}^{X}}{X_j}\right\}$$

donde λ_{ij}^{X} es la cantidad requerida de la actividad de producción i por unidad de producción j. De forma similar, podemos definir:

$$\Lambda_{UX} = \left\{\lambda_{ij}^{UX}\right\} = \left\{\frac{V_{ij}^{UX}}{X_j}\right\}$$

donde X_{ij}^{UX} es la cantidad del impuesto indirecto i en el margen de comercio por unidad de producción j. De la misma forma:

$$\Lambda_{BX} = \left\{ \lambda_{ij}^{X} \right\} = \frac{V_{j}^{BX}}{X_{j}}$$

donde λ_{ij}^{BX} es la cantidad utilizada de la actividad de importación i por unidad de producción j. También:

$$\Lambda_{H} = \left\{ \lambda_{ij}^{H} \right\} = \left\{ \frac{V_{ij}^{H}}{X_{j}} \right\}$$

donde λ_{ij}^{H} es la cantidad del impuesto indirecto (al volumen) i por unidad de producción j. En forma similar:

$$\Lambda_{HP} = \left\{ \lambda_{ij}^{HP} \right\} = \left\{ \frac{V_{ij}^{HP}}{X_{j}} \right\}$$

donde λ_{ij}^{HP} es la cantidad del impuesto indirecto (al valor) i por unidad de producción j. Igualmente:

$$\Lambda_{W} = \left\{ \lambda_{ij}^{W} \right\} = \left\{ \frac{W_{j}}{X_{j}} \right\}$$

donde λ_{ij}^{W} es la cantidad de remuneración de asalariados por unidad de producción j y Λ_W se define como una matriz diagonal. Por último:

$$\Lambda_{RD} = \left\{ \lambda_{jj}^{RD} \right\} = \left\{ \frac{RD_{j}}{X_{j}} \right\}$$

donde λ_{jj}^{RD} es la cantidad de excedente de explotación por unidad de producción j y Λ_{RD} se define como una matriz diagonal. Una propiedad inmediata, por construcción, es que la suma por columnas de estas matrices es igual a un vector unitario. En efecto:

$$\sum_{i=1}^{14} V_{ij}^{X} + \sum_{i=1}^{7} V_{ij}^{UX} + \sum_{i=1}^{14} V_{ij}^{BX} + \sum_{i=1}^{4} V_{ij}^{H} + \sum_{i=1}^{7} V_{ij}^{HP} + W_j + RD_j = X_j$$

$$\sum_{i=1}^{14} \frac{V_{ij}^{X}}{X_j} + \sum_{i=1}^{7} \frac{V_{ij}^{UX}}{X_j} + \sum_{i=1}^{14} \frac{V_{ij}^{BX}}{X_j} + \sum_{i=1}^{4} \frac{V_{ij}^{H}}{X_j} + \sum_{i=1}^{7} \frac{V_{ij}^{HP}}{X_j} + \frac{W_j}{X_j} + \frac{RD_j}{X_j} = \frac{X_j}{X_j}$$

$$\sum_{i=1}^{14} \lambda_{ij}^{X} + \sum_{i=1}^{7} \lambda_{ij}^{UX} + \sum_{i=1}^{14} \lambda_{ij}^{BX} + \sum_{i=1}^{4} \lambda_{ij}^{H} + \sum_{i=1}^{7} \lambda_{ij}^{HP} + \lambda_{j}^{W} + \lambda_{j}^{RD} = 1$$

Podemos extender ahora el mismo método a todas las columnas del sistema de cuentas, generando una matriz de coeficientes asociada a cada matriz de flujos. Por último, el modelo requiere dos vectores de coeficientes adicionales, α_C y α_F. El primero se refiere a la estructura del consumo privado y se obtiene del propio sistema de cuentas a partir del vector C, o sea, del vector de consumo privado por objeto del gasto. Si se suman todos los elementos de este vector y se divide cada elemento por la suma, se obtiene el vector α_C, donde el elemento α_j^C es la proporción gastada en el objeto de consumo *j*; como veremos más adelante, éstos serán los ponderadores para calcular el índice general de precios al consumidor. Por su parte, el vector α_F se refiere a la estructura del consumo de los no residentes y se obtiene a partir de la información publicada por el Banco de México sobre la composición del gasto de los turistas. Puesto que el consumo de los no residentes no se trata por separado en el sistema de cuentas, no es posible derivarlo directamente del mismo.

El modelo incluye diferentes índices,[1] que pueden agruparse en:

a) Índices de precios de las actividades de producción (P), cuya determinación puede ser endógena o exógena.

b) Índices de precios de los insumos primarios (P_W, P_{RD}), cuya determinación puede ser endógena o exógena.

c) Índices de los diferentes tipos de impuestos indirectos (P_{UX}^*, P_U^*, P_{UP}^*, P_H^*, P_{HP}^*, P_{UA}^*, P_{TA}^*),[2] cuya determinación es exógena.

d) Índices del producto bruto de las actividades de producción (P_E) e índices de los impuestos indirectos totales (P_T), los que se determinan endógenamente.

e) Índices de precios de los componentes de demanda final: consumo privado (P_C), formación bruta de capital fijo (P_I), consumo del gobierno (P_G) y exportaciones (P_A); los tres primeros se determinan endógenamente, mientras que el último se determina endógena o exógenamente. En este último caso, los índices de los excedentes de explotación de las actividades de exportación (P_{RA}) correspondientes se calculan en forma endógena.

f) Índices de precios de las actividades de importación (P_B^*), cuya determinación es exógena.

g) Índices de precios promedio de las actividades de producción ($\overline{P}_X$), de demanda final ($\overline{P}_C$, $\overline{P}_G$, $\overline{P}_I$, $\overline{P}_A$), de importación ($\overline{P}_B$) y de producto bruto ($\overline{P}_E$).

III.2. Ecuaciones de los índices de precios de las actividades de producción

El sistema de ecuaciones de los índices de precios de las actividades de producción es:

$$P = \left[P\Lambda_X + P_B^*\Lambda_{BX} + P_{UX}^*\Lambda_{UX} + P_W\Lambda_W + P_{RD}\Lambda_{RD} + P_H^*\Lambda_H + P \circ P_{HP}^*\Lambda_{HP}\right]\Gamma_P + P^* \qquad \text{(III.1)}$$

donde:

$P = \{P_j\}$ $j = 1, \ldots, 14$, es un vector de índices de precios de las actividades de producción, donde el elemento *j*-ésimo mide el cambio en el precio de la actividad de producción *j* respecto al año base;

$P_B^* = \{P_{Bj}^*\}$ $j = 1, \ldots, 14$, es un vector de índices de precios de las actividades de importación, donde el elemento *j*-ésimo mide el cambio en el precio de la actividad de importación *j* respecto al año base;

$P_{UX}^* = \{P_{UXj}^*\}$ $j = 1, \ldots, 7$, es un vector de índices de los impuestos indirectos en el margen de comercio de los insumos;

$P_W = \{P_{Wj}\}$ $j = 1, \ldots, 14$, es un vector donde el elemento *j*-ésimo es el índice del costo de cada unidad de remuneración de asalariados contenida en la actividad de producción *j*;

[1] En el modelo, los índices se ordenan como vectores fila. En el anexo D se describe en forma detallada cada uno de estos índices y otras variables del modelo.

[2] El símbolo * indica que la variable está exógenamente determinada.

2893212

P_{RD} = $\{P_{RDj}\}$ $j=1,\ldots,14$, es un vector donde el elemento j-ésimo es el índice de cada unidad de excedente de explotación contenida en la actividad de producción j;

P_H^* = $\{P_{Hj}^*\}$ $j=1,\ldots,4$, es un vector de índices de los impuestos indirectos (al volumen) sobre las actividades de producción;

P_{HP}^* = $\{P_{HPj}^*\}$ $j,\ldots,7$, es un vector de índices de los impuestos indirectos (al valor) sobre las actividades de producción;

Γ_p = es una matriz diagonal de dimensión (14,14), cuyos elementos de la diagonal son ceros o unos, de acuerdo con la explicación que sigue.

El sistema de ecuaciones (III.1) comprende dos posibilidades para cada elemento del vector P. Para aquella actividad de producción cuyo índice de precios está exógenamente determinado, el componente correspondiente de P^* será distinto de cero, mientras que la columna correspondiente de la matriz Γ_p tendrá todos sus elementos iguales a cero. De esta forma, la primera parte de la ecuación (III.1) se anula, ya que la expresión entre corchetes es una suma de vectores, cuya multiplicación por la columna nula de Γ_p anula la contribución de este término. Para aquella actividad de producción cuyo índice de precios está endógenamente determinado, el componente correspondiente de P^* será cero, y la columna de Γ_p asociada a este elemento tendrá todos sus elementos iguales a cero, excepto el elemento de la diagonal principal, que será igual a uno. En consecuencia, en este caso el índice de precios de la actividad resulta ser una suma ponderada de diversos índices asociados a cada uno de los componentes del valor de la producción. Así, la matriz Γ_p funciona como un "filtro" del vector que la premultiplica, dejando pasar la información en el caso en que su precio se determine endógenamente y anulándola en el caso contrario.

Analicemos el significado de los diversos componentes de la expresión entre corchetes. El primer sumando:

$$P\Lambda_X = \left\{\sum_{i=1}^{14} P_i \lambda_{ij}^X\right\}$$

es un vector donde el elemento j-ésimo es la suma del producto de las cantidades requeridas de cada actividad de producción para producir una unidad de j, por sus índices de precios respectivos; el resultado es un índice del costo de los insumos de origen doméstico requeridos para producir una unidad de la actividad de producción j, construido como la suma ponderada de los índices de precios de los diversos insumos, donde los ponderadores son los "pesos" relativos de los insumos en el costo total de j. El segundo sumando:

$$P_B^* \Lambda_{BX} = \left\{\sum_{i=1}^{14} P_{Bi}^* \lambda_{ij}^{BX}\right\}$$

es un vector donde el elemento j-ésimo es la suma de los productos de las cantidades requeridas de las distintas actividades de importación por unidad de actividad de producción j, dadas por la columna j-ésima de Λ_{BX}, por los índices de precios de las actividades de importación (exógenos) respectivos; el resultado es un índice del costo de los insumos importados requeridos para producir una unidad de producción j. El siguiente sumando:

$$P_{UX}^{*} \Lambda_{UX} = \left\{ \sum_{i=1}^{7} P_{UX_i} \lambda_{ij}^{UX} \right\}$$

es un vector donde el elemento j-ésimo es la suma de los productos de las cantidades de los distintos impuestos indirectos, en el margen de comercio, contenidos en cada unidad de producción j, dados por la columna j-ésima de Λ_{UX}, por los índices (exógenos) de estos impuestos; el resultado es un índice de los impuestos indirectos en el margen de comercio contenidos en cada unidad de producción j. El cuarto sumando:

$$P_W \Lambda_W = \left\{ P_{W_i} \lambda_{ij}^{W} \right\}$$

es un vector donde el elemento j-ésimo es el producto del índice del costo de cada unidad de remuneración de asalariados utilizada en la producción j, P_{W_j}, por la cantidad de remuneración de asalariados requerida por unidad de producción de j, λ_{jj}^{W}; el resultado es un índice del costo de la remuneración de asalariados contenida en una unidad de producción j. El vector P_W puede integrarse por algunos elementos exógenos y otros endógenos, de acuerdo con la explicación que se desarrolla más abajo. El siguiente sumando:

$$P_{RD} \Lambda_{RD} = \left\{ P_{RD_i} \lambda_{ij}^{RD} \right\}$$

es un vector donde el elemento j-ésimo es el producto del índice de cada unidad de excedente de explotación utilizada en la actividad de producción j, P_{RD_j}, por la cantidad de excedente de explotación requerida por unidad de producción de j, dada por el elemento λ_{jj}^{RD}: el resultado es un índice del excedente de explotación contenido en una unidad de producción j.

El vector P_{RD} puede integrarse por algunos elementos exógenos y otros endógenos. Para aquella actividad cuyo índice de precios está exógenamente determinado, si el índice de remuneración de asalariados es exógeno, el índice del excedente de explotación se determina como un residuo, es decir, por la diferencia entre el índice de precios de la actividad y los índices de los demás componentes del costo (véanse las ecuaciones (III.3) y (III.4)). Para aquella actividad cuyo índice de precio se determina endógenamente, el índice del excedente de explotación es exógeno y el índice de precio es igual a la suma ponderada de los índices de todos los componentes del costo.[3] El sexto sumando:

$$P_{H}^{*} \Lambda_{H} = \left\{ \sum_{i=1}^{4} P_{H_i} \lambda_{ij}^{H} \right\}$$

es un vector donde el elemento j-ésimo es la suma de los productos de las cantidades de los distintos impuestos indirectos (al volumen) sobre la producción de la actividad j, dadas por la columna j-ésima de Λ_H, por los respectivos índices (exógenos) de estos impuestos. El último sumando:

$$P \circ P_{HP}^{*} \Delta_{HP} = \left\{ P_j \sum_{l=1}^{7} P_{HP_l}^{*} \lambda_{lj}^{HP} \right\}$$

[3] Es importante recordar que en el concepto "excedente de explotación" están incluidos todos los ingresos componentes del valor agregado, con excepción de la remuneración de asalariados y los impuestos indirectos. Algunos de estos ingresos, por ejemplo el consumo de capital fijo, no deben conceptualizarse como residuales; otros, por ejemplo las utilidades, son ingresos cuya determinación está relacionada con las estructuras de mercado de la actividad.

es un vector donde el elemento j-ésimo es el producto de dos índices: uno es la suma de los productos de las cantidades de los distintos impuestos indirectos (al valor) sobre la producción de la actividad j, dadas por la columna j-ésima de Λ_{HP}, por los respectivos índices (exógenos) de estos impuestos, que nos da como resultado un índice de los impuestos indirectos (al valor) contenidos en cada unidad de producción j; el otro es el índice de precios de la actividad de producción j.[4] La razón de esto último es justamente que se trata de impuestos al valor; por lo tanto, el índice de los impuestos al valor contenido en cada unidad de j también depende del índice de precios de la actividad sobre la que recae el impuesto.

El sistema de ecuaciones (III.1) contiene tantas ecuaciones como actividades de producción, o sea, 14. Por lo tanto, podemos determinar endógenamente el mismo número de variables, las que pueden estar conformadas por una combinación de índices de precios de las actividades de producción, de índices de excedentes de explotación o de índices del costo de cada unidad de remuneración de asalariados. De esta forma, por cada ecuación es necesario determinar exógenamente dos de estas variables, pero no es posible fijar exógenamente todas ellas. Más adelante (véanse las secciones III.3 y III.4) expondremos el cuadro completo de opciones posibles, dentro del cual incluiremos dos variables adicionales: el índice de remuneración de asalariados y el índice de productividad. La decisión sobre la forma de determinación de los índices de precios de cada actividad de producción depende de las características reales del sector. Así, en actividades donde el gobierno tiene una influencia significativa en la producción (por ejemplo, la electricidad), los precios se fijan directamente como una decisión de política. En otros, donde el gobierno regula los precios mediante la concertación con los sectores sociales de la producción, los precios pueden tratarse también como exógenos.[5]

Por otra parte, de acuerdo con lo expuesto en el capítulo II, en el sistema de cuentas se consideran 15 impuestos indirectos, los cuales pueden estar incluidos en más de una submatriz y en diferente posición (fila) de las mismas. De estos impuestos, dos inciden exclusivamente en las actividades de exportación: el impuesto a la exportación y los Cedis, por lo cual los discutiremos más adelante. Con respecto a los otros, es importante señalar que a cada uno le corresponde sólo un valor para su índice, independientemente de las actividades de producción o de demanda final sobre las cuales incidan. En consecuencia, es posible sintetizar en un cuadro, que llamaremos Matriz de correspondencia entre los impuestos indirectos y las variables del Modelo, la relación entre el índice de cada impuesto y la posición que ocupa el mismo en cada una de las submatrices del sistema de cuentas, a semejanza del cuadro II.2. Postergaremos la presentación de este cuadro hasta la sección III.8, con el propósito de incorporar los impuestos y subsidios sobre las actividades de exportación.

III.3. Ecuaciones de los índices del costo de la remuneración de asalariados

La determinación de $P_W \Lambda_W$ se obtiene de acuerdo con la siguiente ecuación:

$$P_W \; \Lambda_W = \circ \frac{w}{q} \Lambda_W \qquad \text{(III.2)}$$

[4] El símbolo $\circ$ indica multiplicación o división de dos vectores, en este caso P y ($P^{*}_{HP} \Lambda_{HP}$), elemento a elemento.

[5] Para aquel sector cuyo índice de precios se determina endógenamente, el índice del excedente de explotación y el índice de la remuneración de los asalariados se fijan exógenamente. Esto último requiere una justificación especial en términos de la teoría de la formación de precios. El procedimiento es válido en las estructuras de mercado no competitivas, donde la teoría de los precios "normales" parece razonable; es decir, los precios son iguales a los costos más un sobreprecio.

donde:

$w = \{w_i\}$ es un vector de índices de la remuneración de asalariados por unidad de trabajo para cada actividad de producción;

$q = \{q_i\}$ es un vector de índices de productividad del trabajo para cada actividad de producción.

El cociente entre estos dos vectores, elemento a elemento, es un vector de los índices del costo de cada unidad de remuneración de asalariados contenida en la actividad de producción respectiva, es decir, es igual al vector P_W que ya definimos. Así, si la productividad del trabajo (q) tiende a crecer más rápido que la remuneración de los asalariados por unidad de trabajo (w), el índice del costo por unidad de remuneración de asalariados tenderá a bajar.

Ambos índices, w y q, pueden tratarse en forma endógena o exógena, de acuerdo con las características del funcionamiento de los mercados y los objetivos del análisis. Si ambos son exógenos, entonces P_W, aun cuando se calcula endógenamente, queda virtualmente determinado en forma exógena. Si P_W se determina exógenamente, alguno de estos dos índices debe determinarse en forma exógena, siendo el otro calculado endógenamente. En estos dos casos, como veremos más adelante, la ecuación (III.5) será redundante.

Por último, si para alguna actividad de producción el índice de precios, P, y el índice del excedente de explotación, P_{RD}, se fijan en forma exógena, el valor de P_W se calcula endógenamente por medio de la ecuación (III.5). Por lo tanto, en la ecuación (III.2) el valor de P_W estará determinado y sólo será posible dar exógenamente uno de los otros dos índices, w o q.

La expresión:

$$\circ \frac{w}{q} \Lambda_W = \left\{ \frac{w_j}{q_j} \lambda_{jj}^{w} \right\}$$

es el producto del índice del costo por unidad de remuneración de asalariados de la actividad j, por la cantidad de remuneración de asalariados contenida en una unidad de producción j. El resultado es equivalente al índice del costo de remuneración de asalariados contenido en una unidad de producción de la actividad j, es decir, $P_{W_j} \lambda_{jj}^{W}$.

III.4. Ecuaciones de los índices del excedente de explotación

El primer paso es determinar un índice del producto bruto contenido en cada unidad de producción, igual a:

$$P_E \Lambda_E = P - P\Lambda_X - P_B^{*} \Lambda_{BX} - P_{UX}^{*} \Lambda_{UX} \tag{III.3}$$

donde:

P_E: vector de índices de cada unidad de valor agregado contenido en las actividades de producción;

Λ_E: matriz diagonal donde el elemento λ_{jj}^{E} es la cantidad de producto bruto por unidad de producción de la actividad j.

El producto $P_{E_j} \lambda_{jj}^{E}$ da como resultado el índice del producto bruto contenido en cada unidad de producción de la actividad j. Debemos notar que E incluye los salarios, los impuestos indirectos a la producción y el excedente de explotación. Este índice se determina como la diferencia entre el índice de precios de la actividad de producción menos el índice del costo de los insumos domésticos ($P\ \Lambda_X$), del costo de los insumos importados ($P_B\ \Lambda_{BX}$) y de los impuestos indirectos en el margen de comercio. Todos éstos no forman parte del producto bruto.

De la ecuación (III.1) se obtiene la solución para P, con lo cual podemos determinar $P_E\ \Lambda_E$. Para las actividades en que el índice de precios se determina endógenamente, es necesario dar valores exógenos de P_{RD} y, alternativamente, dar valores exógenos de P_W u obtener endógenamente su valor de la ecuación (III.2). Para las actividades donde el índice de precios y el índice del costo de cada unidad de remuneración de asalariados (P_W) se dan exógenamente, se requiere determinar endógenamente el valor de P_{RD}. Entonces

$$P_{RD}\ \Lambda_{RD} = P_E\ \Lambda_E - P_W \Lambda_W - P_H^{*}\ \Lambda_H - P \circ P_{HP}^{*}\ \Lambda_{HP} \tag{III.4}$$

donde $P_{RD} \Lambda_{RD}$ es un vector de índices del excedente de explotación por unidad de producción que resulta de la diferencia entre los índices del producto bruto y los índices de los demás componentes del producto bruto: remuneración de asalariados e impuestos indirectos sobre la producción (al volumen y al valor). De la misma forma, si para alguna actividad de producción el índice de precios y el índice del excedente de explotación se determinan en forma exógena, es necesario calcular endógenamente el índice del costo por unidad de remuneración de asalariados, P_W, a partir de la siguiente ecuación:

$$P_W\ \Lambda_W = P_E\ \Lambda_E - P_{RD}\ \Lambda_{RD} - P_H^{*}\ \Lambda_H - P \circ P_{HP}^{*}\ \Lambda_{HP} \tag{III.5}$$

De acuerdo con lo expuesto, podemos sintetizar las alternativas válidas para las variables que encontramos en las ecuaciones (III.1) a (III.5) en la forma descrita en el cuadro III.1. Para cada actividad de producción, de las cinco variables cuya determinación puede ser alternativamente endógena o exógena, es decir, P, P_W, P_{RD}, w y q, sólo dos deben calcularse endógenamente. El primer nivel de análisis incluye tres variables: P, P_W y P_{RD}, de las cuales sólo una puede calcularse endógenamente. Sin embargo, esta restricción ya no es válida si el análisis se extiende a las otras dos variables: w y q. Así, ahora es posible que P_W y P_{RD}, o P y P_W sean endógenas, siempre que w y q sean exógenas. El segundo nivel de análisis incluye también tres variables: P_W, w y q, de las cuales sólo una puede calcularse endógenamente. No obstante, esta restricción puede no ser válida si extendemos el análisis a las otras dos variables: P y P_{RD}. En efecto, es posible que P_W y w, o P_W y q, sean endógenas, siempre que P y P_{RD} sean exógenas.

CUADRO III.1. *Opciones para la determinación de los índices de precios*

Índices	*Determinación*[a]							
P	*	*	*	*	•	•	•	*
P_W	*	*	•	•	*	*	•	•
P_{RD}	•	•	•	*	*	*	*	*
w	*	•	*	•	*	•	*	*
q	•	*	*	*	•	*	*	•

[a] (*): exógeno (•): endógeno.

III.5. Ecuaciones de los índices de precios de las actividades de consumo privado

El consumo privado se desagrega en 10 actividades de consumo, según el objeto del gasto. El vector de índices de precios de las diferentes actividades de consumo, P_C, se determina de la siguiente forma:

$$P_C = P\ \Lambda_C + P_B^*\ \Lambda_{BC} + P_U^*\ \Lambda_{UC} + P_C \circ P_{UP}^*\ \Lambda_{UPC} \tag{III.6}$$

o sea, P_C se determina como la suma ponderada de diferentes índices (P, P_U^* y P_{UP}^*). Para comprender mejor esto último analicemos cada componente de la ecuación. El primer sumando:

$$P\ \Lambda_C = \left\{ \sum_{i=1}^{14} P_i\ \lambda_{ij}^C \right\}$$

es un vector donde el elemento j-ésimo es la suma de los productos de los índices de precios de cada actividad de producción por la cantidad de la actividad de producción respectiva contenida en una unidad de actividad de consumo del objeto j, dada por la columna j-ésima de Λ_C. El resultado es un índice de precios de los componentes domésticos contenidos en una unidad de actividad de consumo j, igual a la suma ponderada de los índices de precios de las actividades de producción, donde los ponderadores son las cantidades de cada actividad de producción contenida en cada unidad gastada en el objeto de consumo j. El segundo sumando:

$$P_B^*\ \Lambda_{BC} = \left\{ \sum_{i=1}^{14} P_{B_i^*}\ \lambda_{ij}^{BC} \right\}$$

es un vector donde el elemento j-ésimo es igual a la suma de los productos de los índices de precios de las importaciones por las cantidades de estos bienes contenidas en una unidad de actividad de consumo del objeto j. El resultado es un índice de precios de los componentes importados contenidos en una unidad de actividad de consumo j, igual a la suma ponderada de los precios de las actividades de importación, donde los ponderadores son las cantidades de cada actividad de importación contenida en cada unidad gastada en el objeto de consumo j. El siguiente sumando:

$$P_U^*\ \Lambda_{UC} = \left\{ \sum_{i=1}^{4} P_{U_i^*}\ \lambda_{ij}^{UC} \right\}$$

es un vector donde el elemento j-ésimo es igual a la suma de los productos de los índices de los impuestos en el consumo, al volumen, por las cantidades de estos impuestos contenidas en una unidad de actividad de consumo del objeto j. El resultado es un índice de los impuestos al volumen contenido en una unidad de actividad de consumo j, igual a la suma ponderada de los índices de cada tipo de impuesto al consumo, donde los ponderadores son las cantidades de cada impuesto contenidas en una unidad gastada en el objeto de consumo j. El último sumando:

$$P_C \circ P_{UP}^*\ \Lambda_{UPC} = \left\{ \sum_{i=1}^{3} P_{C_j} \circ P_{UP_i^*}\ \lambda_{ij}^{UPC} \right\} = \left\{ P_{C_j} \sum_{i=1}^{3} P_{UP_i}\ \lambda_{ij}^{UPC} \right\}$$

es un vector donde el elemento j-ésimo es igual a la suma de los productos de tres términos: el índice de los impuesto sobre el consumo, al valor, las cantidades de estos impuestos contenidas, en una unidad de actividad de consumo del objeto j, y el índice de precios de la actividad de consumo j. La interpretación de los dos primeros es semejante a la del impuesto al volumen; la razón de la multiplicación por P_C es que éstos son impuestos al valor. El resultado es un índice de los impuestos al valor contenidos en una unidad de actividad de consumo j, igual a la suma ponderada de los índices de cada tipo de impuesto al consumo correspondiente, donde los ponderadores son las cantidades de cada impuesto contenidas en cada unidad gastada en el objeto de consumo j.

La determinación de los índices de precios de las diferentes actividades de consumo permite calcular el índice general de precios al consumidor:

$$\overline{P}_C = P_C\, \alpha_C \tag{III.7}$$

donde α_C es el vector de la estructura (composición) del consumo privado, es decir, el elemento α_j^C es la proporción gastada en el objeto de consumo j de cada peso gastado en consumo privado. Igualmente, podemos calcular el índice de precios del gasto de los no residentes:

$$\overline{P}_F = P_C\, \alpha_F \tag{III.8}$$

donde α_F es el vector de la estructura (composición) del gasto de los no residentes.

III.6. Ecuaciones de los índices de precios de las actividades de consumo del gobierno

El consumo del gobierno se desagrega en las mismas tres actividades en las que se desagregan las actividades de producción del gobierno. Por lo tanto, el índice de precios de cada una de estas actividades de consumo será igual al índice de precios de las actividades de producción correspondientes, puesto que el costo de las mismas es igual al costo de la actividad de producción respectiva. Entonces:

$$P_G = P\, \Lambda_G \tag{III.9}$$

donde:

$$\Lambda_G = \left\{\lambda_{ij}^G\right\} = \begin{Bmatrix} 1 \text{ para } i = j+11, j = 1,2,3 \\ 0 \text{ para } i \neq j+11, j = 1,2,3 \end{Bmatrix}$$

ya que las actividades de producción del gobierno corresponden a las últimas tres actividades de producción.

III.7. Ecuaciones de los índices de precios de las actividades de formación de capital

La formación de capital se desagrega en dos actividades: la de maquinaria y equipo, y la de construcción. El vector de índices de precios de las actividades de formación de capital, P_I, se determina de la siguiente forma:

$$P_I = P\Lambda_I + P_B^* \Lambda_{BI} + P_U^* \Lambda_{UI} + P_I \circ P_{UP}^* \Lambda_{UPI} \qquad \text{(III.10)}$$

La determinación de este vector es semejante a la de P_C. Es una suma ponderada de diferentes índices, donde los ponderadores son las cantidades de cada elemento contenidas en cada unidad de la actividad de formación de capital correspondiente. La interpretación de cada sumando es semejante a la de los sumandos de la ecuación (III.6), por lo que no es necesario repetir la exposición anterior.

III.8. Ecuaciones de los índices de precios de las actividades de exportación

Las exportaciones se desagregan en catorce actividades. El vector de los índices de precios de las actividades de exportación, P_A, se determina de la siguiente forma:

$$P_A = \left[P\Lambda_A + P_{TA}^* \Lambda_{TA} + P_A \circ P_{UA}^* \Lambda_{UA}\right]\Gamma_A + P_A^* \qquad \text{(III.11)}$$

Los índices de precios de las actividades de exportación pueden determinarse endógena o exógenamente. Para aquella actividad de exportación cuyo índice de precios se determina exógenamente, el componente correspondiente del vector P_A^* es distinto de cero, mientras que la columna correspondiente de Γ_A tiene todos sus elementos iguales a cero. Para aquella actividad cuyo índice de precios es endógeno, el componente del vector P_A^* es cero y la columna correspondiente de Γ_A tiene todos sus elementos iguales a cero, excepto la intersección con la fila respectiva, que es igual a 1. Analicemos primero los elementos de la expresión entre corchetes. El primer sumando:

$$P\Lambda_A = \left\{\sum_{i=1}^{14} P_i \lambda_{ij}^A\right\}$$

es un vector donde el elemento j-ésimo resulta de la sumatoria de los productos de los índices de precios de las actividades de producción por las cantidades de cada una de ellas contenidas en la actividad de exportación j, dadas por λ_{ij}^A. El resultado es un vector de índices de precios de las actividades de exportación, que incluyen los impuestos indirectos sobre los insumos utilizados en la producción de estos bienes y no los impuestos y subsidios sobre estas actividades. El segundo sumando:

$$P_{TA}^* \Lambda_{TA} = \left\{P_{TA_j^*} \lambda_j^{TA}\right\}$$

es un vector donde el elemento j-ésimo es el producto del índice de los Cedis por la cantidad de Cedis contenida en una unidad de la actividad de exportación j, dada por λ_j^{TA}. El resultado es un vector de los índices de los Cedis contenidos en cada unidad de las actividades de exportación. El último sumando:

$$P_A \circ P_{UA}^* \Lambda_{UA} = \left\{P_{A_j} \circ P_{UA_j^*} \lambda_j^{UA}\right\}$$

es un vector donde el elemento *j*-ésimo es el producto de dos elementos. El segundo, $P_{UA_j} \cdot \lambda_j^{UA}$, es el índice del impuesto a la exportación contenido en cada unidad de actividad de exportación *j*. El primero es el índice de precios de la actividad de exportación *j*, el que ajusta al anterior, ya que el impuesto a la exportación es un impuesto al valor. El resultado es un vector de los índices del impuesto a la exportación contenido en cada unidad de las actividades de exportación respectivas, ajustados por los índices de precios de las actividades de exportación correspondientes.

El resultado de la suma[6] de los tres componentes es un índice de precios de las actividades de exportación, que incluye la devolución de impuestos indirectos y el impuesto a la exportación. Como puede apreciarse, estos dos últimos ajustes implican que el índice de precios de un mismo bien puede diferir según se lo destine al mercado interno o a la exportación.

Observemos que tanto P^*_{UA} como P^*_{TA} son vectores de catorce elementos, de tal forma que para cada actividad de exportación es posible asignar un valor particular para estos índices. En consecuencia, para solucionar el sistema es necesario proveer el valor de estos dos índices para cada una de las catorce actividades de exportación, es decir, es necesario suministrar 28 índices, los cuales, junto con los 13 impuestos (véase el cuadro III.2) que inciden en las actividades de producción y demanda final, constituyen el universo de índices de impuestos incluidos en el Modelo. En el cuadro III.2 presentamos la Matriz de correspondencia entre los impuestos indirectos y las variables del Modelo, a la que nos referimos con anterioridad, donde establecemos la posición que ocupa cada uno de los índices de los 41 impuestos indirectos, en cada uno de los vectores incluidos en las ecuaciones que integran el modelo de precios.

III.9. ECUACIONES DE LOS ÍNDICES DEL EXCEDENTE DE EXPLOTACIÓN DE LAS ACTIVIDADES DE EXPORTACIÓN

El inciso anterior implica que los índices de precios de las actividades de exportación pueden diferir de las sumas ponderadas de los índices de precios de las actividades de producción y de los impuestos que las integran. Es decir, si calculamos el índice de precios de cada una de las actividades de exportación como la suma ponderada de los índices de precios de las actividades de producción que integran cada actividad de exportación más los impuestos, el resultado no necesariamente coincide con la solución en (III.10). La razón de esto es que algunos de los índices de exportación pueden determinarse exógenamente, lo que introduce la posibilidad de que en estas actividades el precio de exportación no corresponda con los precios internos. En otras palabras, puede existir una actividad para la que su índice de precios "doméstico" difiera del índice de precios al que se exporta. Por esta razón, es necesario medir esta diferencia de la siguiente forma:

$$P_{RA} = P_A - P\Lambda_A - P_A \circ P^*_{UA}\, \Lambda_{UA} - P^*_{TA}\, \Delta_{TA} \qquad \text{(III.12)}$$

donde P_{RA} es un vector de los índices de los excedentes de explotación de las actividades de exportación, que se obtiene como la diferencia entre el vector de índices de precios de las actividades de exportación y los vectores de índices de precios de los componentes del costo de las mismas. Por lo tanto, para aquella actividad de exportación cuyo índice de precios se determina endógenamente, el índice del excedente de explotación es igual a cero, ya que este último se determina como la diferencia de índices que, por la ecuación (III.10), se anulan mutuamente.

[6] Al sumar los cedis, puesto que éstos son negativos por ser devolución de impuestos, estamos restando el valor de los mismos.

III.10. Ecuaciones de los índices de los impuestos indirectos totales sobre la producción

El vector de índices de los impuestos indirectos totales sobre la producción se obtiene a partir de la siguiente ecuación:

$$P_T \Lambda_T = P_H^{*} \Lambda_H + P \circ P_{HP}^{*} \Lambda_{HP} \tag{III.13}$$

donde:

P_T = vector de índices de impuestos indirectos totales sobre las actividades de producción;
Λ_T = $(\iota\Lambda_H + \iota\Lambda_{HP})$, es decir, Λ_T es la diagonalización del vector que resulta de sumar por columnas las matrices Λ_H y Λ_{HP}.

Puesto que todos los otros componentes han sido analizados más arriba, no es necesario insistir en ello. En resumen, $P_T \Lambda_T$ es un vector donde el elemento *j*-ésimo es un índice de los impuestos indirectos sobre la producción contenidos en una unidad de producción *j*, igual a la suma de los índices equivalentes para los impuestos al volumen ($P_H^{*} \Lambda_H$) y al valor ($P \circ P_{HP}^{*} \Lambda_{HP}$).

III.11. Índices de precios promedio

Finalmente, se obtienen los índices de precios promedio correspondientes a las actividades de producción ($\overline{P}_X$), a los componentes de demanda final, con excepción del correspondiente al consumo ($\overline{P}_C$), que ya fue calculado en la ecuación (III.7), a las actividades de importación ($\overline{P}_B$) y al producto bruto ($\overline{P}_E$). Estos índices se obtienen como la suma ponderada de los índices de precios obtenidos con anterioridad, donde los ponderadores provienen del vector de estructura (composición) para cada caso. Así, se obtienen los índices de precios promedio para:

Consumo del gobierno: $$\overline{P}_G = P_G \, \alpha_G \tag{III.14}$$

Formación bruta de capital fijo: $$\overline{P}_I = P_I \, \alpha_I \tag{III.15}$$

Exportación: $$\overline{P}_A = P_A \, \alpha_A \tag{III.16}$$

Producción: $$\overline{P}_X = P \, \alpha_X \tag{III.17}$$

Producto bruto: $$\overline{P}_E = P_E \, \alpha_E \tag{III.18}$$

Importación: $$\overline{P}_B = P_B \, \alpha_B \tag{III.19}$$

CUADRO III.2. *Matriz de correspondencia entre los impuestos indirectos y las variables del modelo*

Códigos	*Impuestos*	P_{UX}	P_U	P_{UP}	P_{UA}	P_H	P_{HP}	P_{TA}
HP1	Impuestos a la explotación						1	
HP2	Impuestos al petróleo						2	
HP3	Impuesto energía eléctrica						3	
HP4	Impuestos indirectos sobre productos al valor	1		1			4	
HP5	Impuestos sobre ingresos mercantiles	2		2			5	
HP6-1	Impuestos a la exportación de petróleo				3		6	
HP7	Otros impuestos al valor						7	
HP8	Impuestos indirectos al azúcar y electrónicos	3		3				
H09	Impuestos sobre productos, al volumen					1		
H10	Impuestos derechos aduanales	4	1					
H11	Otros impuestos al volumen	5	2			2		
H12	Impuestos de entidades gubernamentales					3		
H13	Subsidios	6	3			4		
H14	Impuesto sobre ingresos mercantiles a los insumos	7	4					
HP6-2	Impuesto a la exportación de productos agropecuarios				1			
HP6-3	Impuesto a la exportación de productos mineros				2			
HP6-4	Impuesto a la exportación de bienes socialmente necesarios				4			
HP6-5	Impuesto a la exportación de químicos				5			
HP6-6	Impuesto a la exportación de construcción e insumos				6			
HP6-7	Impuesto a la exportación de bienes de capital				7			
HP6-8	Impuesto a la exportación de electricidad				8			
HP6-9	Impuesto a la exportación de comercio				9			
HP6-10	Impuesto a la exportación de comunicación y transporte				10			
HP6-11	Impuesto a la exportación de otros servicios				11			
HP6-12	Impuesto a la exportación de gob.-administrac. pública				12			
HP6-13	Impuesto a la exportación de gob.-servic. de educación				13			
HP6-14	Impuesta a la exportación de gob.-servic. de salud				14			
HP15-1	Cedis a la exportación de productos agropecuarios							1
HP15-2	Cedis a la exportación de productos mineros							2
HP15-3	Cedis a la exportación de petróleo							3
HP15-4	Cedis a la exportación de bienes socialmente necesarios							4
HP15-5	Cedis a la exportación de químicos							5
HP15-6	Cedis a la exportación de construcción e insumos							6
HP15-7	Cedis a la exportación de bienes de capital							7
HP15-8	Cedis a la exportación de electricidad							8
HP15-9	Cedis a la exportación de comercio							9
HP15-10	Cedis a la exportación de comunicación y transaporte							10
HP15-11	Cedis a la exportación de otros servicios							11
HP15-12	Cedis a la exportación de gob.-administrac. pública							12
HP15-13	Cedis a la exportación de gob.-servic. de educación							13
HP15-14	Cedis a la exportación de gob.-servic. de salud							14

FUENTE: Elaboración propia.

CAPÍTULO IV

SOLUCIÓN DEL SISTEMA DE ECUACIONES DEL MODELO DE PRECIOS

Este capítulo tiene como objetivo describir el algoritmo para solucionar el modelo de precios.

IV.1. Sistema de ecuaciones

De acuerdo con la exposición desarrollada en el capítulo III, el sistema de ecuaciones del modelo de precios es:

(III.1) $P = [P\Lambda_X + P_B^* \Lambda_{BX} + P_{UX}^* \Lambda_{UX} + P_W \Lambda_W + P_{RD} \Lambda_{RD} + P_H^* \Lambda_H + P \circ (P_{HP}^* \Lambda_{HP})]\Gamma_P + P^*$

(III.2) $P_W \Lambda_W = \left(\circ \frac{w}{q} \right) \Lambda_W$

(III.3) $P_E \Lambda_E = P - P\Lambda_X - P_B^* \Lambda_{BX} - P_{UX}^* \Lambda_{UX}$

(III.4) $P_{RD} \Lambda_{RD} = P_E \Lambda_E - P_W \Lambda_W - P_H^* \Lambda_H - P \circ (P_{HP}^* \Lambda_{HP})$

(III.5) $P_W \Lambda_W = P_E \Lambda_E - P_{RD} \Lambda_{RD} - P_H^* \Lambda_H - P \circ (P_{HP}^* \Lambda_{HP})$

(III.6) $P_C = P\Lambda_C + P_B^* \Lambda_{BC} + P_U^* \Lambda_{UC} + P_C \circ (P_{UP}^* \Lambda_{UPC})$

(III.7) $\overline{P}_C = P_C \alpha_C$

(III.8) $\overline{P}_F = P_C \alpha_C$

(III.9) $P_G = P\Lambda_G$

(III.10) $P_I = P\Lambda_I + P_B^* \Lambda_{BI} + P_U^* \Lambda_{UI} + P_I \circ (P_{UP}^* \Lambda_{UPI})$

(III.11) $P_A = [P\Lambda_A + P_{TA}^* \Lambda_{TA} + P_A \circ (P_{UA}^* \Lambda_{UA})]\,\Gamma_A + P_A^*$

(III.12) $P_{RA} = P_A - P\Lambda_A - P_A \circ (P_{UA}^* \Lambda_{UA}) - P_{TA}^* \Lambda_{TA}$

(III.13) $P_T \Lambda_T = P_H^* \Lambda_H + P \circ (P_{HP}^* \Lambda_{HP})$

donde:

i) Γ_P: matriz diagonal, tal que: $\begin{array}{lll} \Gamma_{ii}^P = 0 & \text{si} & P_i^* \neq 0 \\ \Gamma_{ii}^P = 1 & \text{si} & P_i^* = 0 \end{array}$

ii) Γ_A: matriz diagonal, tal que: $\begin{array}{lll} \Gamma_{ii}^A = 0 & \text{si} & P_{Ai}^* \neq 0 \\ \Gamma_{ii}^A = 1 & \text{si} & P_{Ai}^* = 0 \end{array}$

iii) ($\circ$) significa multiplicación de dos vectores componente a componente. Por ejemplo,

$$P \circ \left(P_{HP}^{*} \Lambda_{HP}\right) = \begin{bmatrix} P_1 & * & \sum_{j=1}^{7} P_{HP_j} & \lambda_{j,1}^{HP} \\ P_2 & * & \sum_{j=1}^{7} P_{HP_j} & \lambda_{j,2}^{HP} \\ \vdots & & & \vdots \\ P_{12} & * & \sum_{j=1}^{7} P_{HP_j} & \lambda_{j,14}^{HP} \end{bmatrix}$$

iv) $\overline{P}_C$ y $\overline{P}_F$ son escalares.
v) Los vectores que tienen * son vectores exógenos, esto es, los valores asociados a sus componentes se calculan por fuera del sistema.
vi) Los vectores α_C y α_F se calculan por fuera del sistema, es decir, forman parte del sistema de valores conocidos (exógenos).
vii) Se deben cumplir las siguientes condiciones para los vectores P, P_W y P_{RD};

- *a)* Si sólo P_i se calcula endógenamente, entonces $P_{W_i}^{*} \neq 0$ y $P_{RD_i}^{*} \neq 0$ (ecuación III.1);
- *b)* Si sólo P_{RD_i} se calcula endógenamente, entonces $P_i^{*} \neq 0$ y $P_{W_i}^{*} \neq 0$ (ecuación III.4);
- *c)* Si sólo P_{W_i} se calcula endógenamente, entonces $P_i^{*} \neq 0$ y $P_{RD_i}^{*} \neq 0$ (ecuación III.5);
- *d)* Si P_{RD_i} y P_{W_i} se calculan endógenamente, entonces $P_i^{*} \neq 0$, $w_i \neq 0$ y $q_i \neq 0$;
- *e)* Si P_i y P_{W_i} se calculan endógenamente, entonces $P_{RD_i} \neq 0$, $w_i \neq 0$ y $q_i \neq 0$.

viii) Se deben cumplir las siguientes condiciones para los vectores P_W, w y q:

- *f)* Si se cumple *(a)*, *(b)* o *(c)*, entonces $w_i \neq 0$ y $q_i = 0$ o $w_i = 0$ y $q_i \neq 0$;
- *g)* Si se cumple *(d)* o *(e)*, entonces $w_i \neq 0$ y $q_i \neq 0$.

IV.2. Solución del modelo de precios

Discutamos, en primer lugar, la solución de la ecuación (III.2). Dicha expresión tiene tres incógnitas (P_W, w y q); por lo tanto, sólo el valor de una de ellas podrá obtenerse mediante esta expresión, mientras que el valor correspondiente a las otras dos se determinará en las otras ecuaciones. En el paso inicial del proceso de solución esta ecuación se calcula para todos los casos en que w y q son valores conocidos y P_W es la incógnita. Posteriormente, la misma ecuación se volverá a calcular, con el propósito de determinar en forma endógena los valores de w y q, alternativamente. En segundo lugar, analicemos la solución de la ecuación (III.1). Con este propósito, aclaremos un problema de notación: si γ es un vector con n componentes, entonces denotaremos como $\hat{\gamma}$ a la matriz diagonal de dimensión (n, n), cuyos componentes de la diagonal principal son los componentes del vector γ. Por lo tanto, podemos escribir la siguiente igualdad:

$$P \circ \left\{P_{HP}^{*} \Lambda_{HP}\right\} = P\left\{\widehat{P_{HP}^{*} \Lambda_{HP}}\right\}$$

En consecuencia, la ecuación (III.1) se puede expresar de la siguiente forma:

$$P\left[I-\Lambda_X\Gamma_P-\left\{\widehat{P^{*}_{HP}\Lambda_{HP}}\right\}\Gamma_P\right]=\left[P^{*}_B\Lambda_{BX}+P^{*}_{UX}\Lambda_{UX}+P_W\Lambda_W+P_{RD}\Lambda_{RD}+P^{*}_H\Lambda_H\right]\Gamma_P+P^{*}$$

y despejando P nos queda:

$$P=\left[\left[P^{*}_B\Lambda_{BX}+P^{*}_{UX}\Lambda_{UX}+P^{*}_W\Lambda_W+P^{*}_{RD}\Lambda_{RD}+P^{*}_H\Lambda_H\right]\Gamma_P+P^{*}\right]\left[I-\Lambda_X\Gamma_P+\left\{\widehat{P^{*}_{HP}\Lambda_{HP}}\right\}\Gamma_P\right]^{-1}$$

La solución de esta ecuación permite obtener los valores de los índices de precios determinados endógenamente, con base en valores conocidos de P_W y P_{RD}. Para los casos en que el índice de precios se obtiene exógenamente, el resultado consiste sencillamente en ese mismo valor. Observemos que en este caso es innecesario conocer el valor correspondiente de P_W y P_{RD}. La solución de las ecuaciones (III.3) a (III.5) y (III.7) a (III.9) es directa y no presenta mayores complicaciones. La solución de la ecuación (III.3) se obtiene para todas las actividades de producción, puesto que el índice del valor agregado (P_E) se determina en forma endógena en todos los casos. Las ecuaciones (III.4) y (III.5) se calculan en los casos en que P_W o P_{RD}, respectivamente, se determinan endógenamente.

La ecuación (III.11) tiene una estructura semejante a la expresión (III.1), de tal forma que, siguiendo un procedimiento semejante, obtenemos:

$$P_A=\left\{\left[P^{*}_{TA}\Lambda_{TA}+P\Lambda_A\right]\Gamma_A+P^{*}_A\right\}\left[I-\left\{\widehat{P^{*}_{UA}\Lambda_{UA}}\right\}\Gamma_A\right]^{-1}$$

Las ecuaciones (III.6) y (III.10) tienen la misma estructura, de tal forma que la solución de las mismas es semejante. Así, podemos escribir la ecuación (III.6) como:

$$P_C\left[I-\left\{\widehat{P^{*}_{UP}\Lambda_{UPC}}\right\}\right]=P\Lambda_C+P^{*}_B\Lambda_{BC}+P^{*}_U\Lambda_{UC}$$

$$P_C+\left[P\Lambda_C+P^{*}_B\Lambda_{BC}+P^{*}_U\Lambda_{UC}\right]\ \left[I-\left\{\widehat{P^{*}_{UP}\Lambda_{UPC}}\right\}\right]^{-1}$$

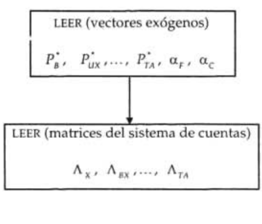
De manera semejante, la solución para la expresión (III.10) es

$$P_I=\left[P\Lambda_I+P^{*}_B\Lambda_{BI}+P^{*}_U\Lambda_{UI}\right]\ \left[I-\widehat{P^{*}_{UP}\Lambda_{UPI}}\right]^{-1}$$

Observemos que una vez obtenido el valor de P es posible solucionar las ecuaciones (III.6) a (III.13), las que se resuelven secuencialmente.

IV.3. Algoritmo

El algoritmo para solucionar el modelo es el siguiente:



Verificar que se cumplen las condiciones *(vii)* y *(viii)*:

Si:

a) $P_i^* = 0$ entonces $P_{RD_i}^* \neq 0$ y $P_{Wi}^* \neq 0$

b) $P_{RD_i}^* = 0$ entonces $P_i^* \neq 0$ y $P_{Wi}^* \neq 0$

c) $P_{Wi}^* = 0$ entonces $P_i^* \neq 0$ y $P_{RD}^* \neq 0$

d) $P_{RDi} = P_{Wi} = 0$ entonces $P_i^* \neq 0,\ w_i \neq 0$ y $q_i \neq 0$

e) $P_i = P_{Wi} = 0$ entonces $P_{RDi} \neq 0,\ w_i \neq$ y $q_i \neq 0$

f) se cumple (*a*) o (*b*) entonces $w_i \neq 0$ y $q_i = 0$ o $w_i = 0$ y $q_i \neq 0$

g) se cumple (*d*) o (*e*) entonces $w_i \neq 0$ y $q_i = 0$

$\downarrow$ Si

Calcular la ecuación (III.2)
(sólo para los componentes endógenos de P_W)

Si $P_{Wi} = 0,\ w_i \neq 0$ y $q_i \neq 0$

$$\downarrow$$

$$P_{Wi}\lambda_{ii}^W \leftarrow \left[\circ\ \frac{w_i}{q_i}\right]\lambda_{ii}^W$$

$\downarrow$

Calcular la ecuación (III.1)

$$P \leftarrow \left[\left[P_B^*\Lambda_{BX} + P_{UX}^*\Lambda_{UX} + P_W\Lambda_W + P_{RD}\Lambda_{RD} + P_H^*\Lambda_H\right]\Gamma_P + P^*\right]\left[I - \Lambda_X\Gamma_P - \left\{\widehat{P_{HP}^*\Lambda_{HP}}\right\}\Gamma_P\right]^{-1}$$

$\downarrow$

Calcular la ecuación (III.3)

$$P_E \leftarrow \left[P - P\Lambda_X - P_B^*\Lambda_{BX} - P_{UX}^*\Lambda_{UX}\right]\Lambda_E^{-1}$$

$\downarrow$

Calcular la ecuación (III.4)
(sólo para los componentes endógenos de P_{RD})

Si $P_{RDi} = 0$

$$\downarrow$$

$$P_{RDi} \leftarrow \left(\frac{1}{\lambda_{ii}^{RD}}\right)\left\{P_{Ei} \circ \lambda_{ii}^E - P_{Wi}^* \circ \lambda_{ii}^W + \sum_{j=1}^{4} P_{Hj} \circ \lambda_{ji}^H + P_i \circ \left(\sum_{j=1}^{7} P_{HP_i^*}\lambda_{ji}^{HP}\right)\right\}$$

Calcular la ecuación (III.5)
(sólo para los componentes endógenos de P_W)

Si $P_{W_i} = 0$

$\downarrow$

$$P_{W_i} \leftarrow \left(\frac{1}{\lambda_{ii}^{W}}\right)\left\{P_{E_i} \circ \lambda_{ii}^{E} - P_{RD_i}^{*} \circ \lambda_{ii}^{RD} - \sum_{j=1}^{4} P_{HJ}^{*} \circ \lambda_{ji}^{H} - P_i \circ \left(\sum_{j=1}^{7} P_{HP_i}^{*} \lambda_{ji}^{HP}\right)\right\}$$

$\downarrow$

Calcular la ecuación (III.2)
(sólo para los componentes endógenos de w y q)

Si $w_i = 0$ y $q_i \neq 0$ o $q_i = 0$ y $w_i \neq 0$

$\downarrow$

$$w_i \leftarrow P_{W_i} \circ q_i \quad \text{o} \quad q_i \leftarrow \frac{w_i}{P_{W_i}}$$

$\downarrow$

Calcular la ecuación (III.6)

$$P_C \leftarrow \left[P\Lambda_C + P_B^{*}\Lambda_{BC} + P_U^{*}\Lambda_{UC}\right]\left[I - \{\widehat{P_{UP}^{*}\Lambda_{UPC}}\}\right]^{-1}$$

$\downarrow$

Calcular la ecuación (III.7)

$$\overline{P}_C \leftarrow \sum_{j=1}^{10} P_{C_j} \quad \alpha_j^F$$

$\downarrow$

Calcular la ecuación (III.8)

$$\overline{P}_F \leftarrow \sum_{j=1}^{10} P_{C_j} \quad \alpha_j^F$$

$\downarrow$

Calcular la ecuación (III.9)

$$P_G \leftarrow P\Lambda_G$$

$\downarrow$

Calcular la ecuación (III.10)

$$P_I \leftarrow \left[P\Lambda_I + P_B^{*}\Lambda_{BI} + P_U^{*}\Lambda_{UI}\right]\left[I - \left\{\widehat{P_{UP}^{*}\Lambda_{UPI}}\right\}\right]^{-1}$$

$\downarrow$

Calcular la ecuación (III.11)

$$P_A \leftarrow \left[\left[P\Lambda_A + P_{TA}^{*}\Lambda_{TA}\right]\Gamma_A + P_A^{*}\right]\left[I - \left\{\widehat{P_{UA}^{*}\Lambda_{UA}}\right\}\Gamma_A\right]^{-1}$$

$\downarrow$

Calcular la ecuación (III.12)
(sólo para los componentes exógenos de P_A)

Si $P_{Ai}^{*} \neq 0$

$\downarrow$

$$P_{RA_i} \leftarrow P_{Ai}^{*} - P_i\lambda_{ii}^{A} - P_{Ai}^{*}\left[P_{UAi}^{*}\lambda_{ii}^{UA}\right] - P_{TAi}^{*}\lambda_{ii}^{TA}$$

$\downarrow$

Calcular la ecuación (III.13)

$$P_T \leftarrow \left[P_H^{*}\Lambda_H + P \circ \left(P_{HP}^{*}\Lambda_{HP}\right)\right]\Lambda_T^{-1}$$

$\downarrow$

FIN

CAPÍTULO V

EL MODELO DE CANTIDADES

V.1. Introducción

El modelo de cantidades se vincula con el modelo de precios por medio de diferentes variables. Por ejemplo, para solucionar el modelo de cantidades es necesario conocer el índice general de precios al consumidor, $\overline{P}_C$, el vector de índices del costo de cada unidad de remuneración de asalariados (P_W) y el vector de índices de cada unidad de excedente de explotación (P_{RD}), variables que permiten calcular el consumo privado total por objeto del gasto que, a su vez, es uno de los componentes de las ecuaciones para determinar los niveles de las actividades de producción. Por lo tanto, la solución del modelo de cantidades requiere que se haya solucionado previamente el de precios.[1] Volveremos sobre estas relaciones a medida que presentemos las ecuaciones que integran el modelo de cantidades.

En el modelo de cantidades se define un vector para cada una de las siguientes actividades:[2]

- *i)* X: vector de los niveles de las actividades de producción de bienes y servicios, que incluye las actividades del gobierno.
- *ii)* B: vector de los niveles de las actividades de importación.
- *iii)* C: vector de los niveles de las actividades de consumo privado por objeto del gasto, que incluye el consumo de los residentes y de los no residentes.
- *iv)* J^{*}: vector de los niveles de las actividades de formación bruta de capital fijo.
- *v)* A^{*}: vector de los niveles de las actividades de exportación.
- *vi)* G^{*}: vector de los niveles de las actividades de consumo del gobierno.
- *vii)* L^{*}_D: vector de los niveles de las actividades de variación de existencias de origen doméstico.
- *viii)* L^{*}_B: vector de los niveles de las actividades de variación de existencias de origen importado.
- *ix)* Z: vector de los niveles de los excedentes (o déficit) de las actividades de producción, los que pueden destinarse a exportaciones o aumento de existencias (a importaciones o disminución de existencias).
- *x)* N: vector de empleo requerido por las actividades de producción.
- *xi)* E: vector de producto bruto generado por las actividades de producción.

Los niveles de las actividades de formación bruta de capital fijo (J^{*}), exportación (A^{*}), consumo del gobierno (G^{*}) y variación de existencias (L^{*}_D y L^{*}_B), se determinan exógenamente en el modelo. Los niveles de las actividades de consumo privado (C), de importación (B), de empleo (N) y de producto bruto (E), se determinan endógenamente, mientras que los niveles de las actividades de producción

[1] También se puede simular el modelo de cantidades con los precios históricos de estas variables.

[2] Los vectores se definen como vectores columnas. En el anexo B se describe en detalle el significado de cada elemento de los mismos, por lo que se sugiere su lectura simultánea.

de producción (X) se pueden determinar exógena o endógenamente. Por último, los niveles de los excedentes o déficit de producción (Z) se determinan endógenamente, como la diferencia entre la producción (oferta) y la demanda.

El consumo privado se separa en dos componentes: el consumo de los residentes y el de los no residentes. El primero de ellos se determina en dos pasos. En primer lugar, se calcula el consumo total de los residentes, como un escalar, por medio de una función consumo que depende de los ingresos de dos grupos sociales: los perceptores de remuneración de asalariados y los perceptores de excedente de explotación. Posteriormente, este total se distribuye entre las demandas de bienes y servicios por objeto del gasto, con base en las elasticidades ingreso y precios asociadas a cada una de ellas. Por su parte, el consumo total de los no residentes se determina de manera exógena, y posteriormente, se realiza su distribución entre las demandas por objeto del gasto mediante un vector que expresa la composición del mismo. Finalmente, las demandas por objeto del gasto se transforman en demandas por actividad de producción de origen de los bienes y servicios que las componen, por medio de las matrices de coeficientes derivadas del sistema de cuentas.

Una vez obtenido el consumo total (C), por objeto del gasto, como la suma del consumo de los residentes y no residentes, y su transformación en demandas por actividad de producción de origen, se adiciona a los otros componentes de la demanda final, determinados exógenamente (J^{*}, A^{*}, G^{*} y L_D^{*}). Estos últimos, a su vez, también se transforman en demandas por actividad de producción de origen, para calcular finalmente los niveles de producción (X), los cuales toman en cuenta los efectos directos e indirectos considerados en la metodología insumo-producto. Puesto que algunas actividades de producción pueden tener sus niveles determinados exógenamente, surge la posibilidad de un desequilibrio entre sus ofertas y demandas respectivas, cuyas diferencias determinan los niveles de excesos o déficit de producción (Z). Finalmente, determinados los niveles de producción, se procede a calcular los niveles de importación (B), empleo (N) y producto bruto (E) consistente con los mismos, para cada actividad de producción, con base en las matrices de coeficientes respectivas.

En las siguientes secciones de este capítulo expondremos la estructura formal del Modelo, mientras que reservaremos el siguiente capítulo para discutir la estrategia (algoritmo) seguida para obtener la solución numérica del mismo.

V.2. Función de consumo privado total de los residentes

El consumo privado total de los residentes ($\overline{C}$) se determina mediante la siguiente ecuación:

$$\overline{C} = \beta_o + \beta_W \frac{1}{\overline{P}_C}\left[\left(1-t_W^{*}\right)P_W \Lambda_W X - T_W^{*}\right] + \beta_R \frac{1}{\overline{P}_C}\left[\left(1-t_R^{*}\right)P_{RD} \Lambda_{RD} \hat{\Theta} X - T_R^{*}\right] \qquad \text{(V.1)}$$

donde:

- β_o: consumo autónomo, independiente de los niveles de ingreso.
- β_W: propensión marginal a consumir del ingreso disponible de los perceptores de remuneración de asalariados.
- t_W^{*}: tasa marginal del impuesto a la renta sobre los ingresos de los perceptores de remuneración de asalariados.
- T_W^{*}: monto del impuesto a la renta sobre los ingresos de los perceptores de remuneración de asalariados, independiente del nivel de ingreso.

β_R: propensión marginal a consumir del ingreso disponible de los perceptores de excedente de explotación.
t^{*}_{R}: tasa marginal del impuesto a la renta sobre los ingresos de los perceptores de excedente de explotación.
T^{*}_{R}: monto del impuesto a la renta sobre los ingresos de los perceptores de excedente de explotación, independiente del nivel de ingreso.
$\hat{\Theta}$: matriz diagonal de dimensión (14,14), donde el elemento $\hat{\Theta}_{ii}$ es la proporción del excedente de explotación de la actividad de producción i que se distribuye a los hogares.

A continuación mostraremos que en la función (V.1) se incluyen los ingresos totales provenientes de la remuneración de asalariados y sólo una parte del excedente de explotación, la que se obtiene mediante la matriz $\hat{\Theta}$. Ésta es una matriz diagonal cuyos elementos indican la proporción de los excedentes de explotación distribuida a los hogares por parte de cada una de las actividades de producción y, por lo tanto, el ingreso de los hogares perceptores de este concepto.

El primer término de la ecuación (V.1), como ya indicamos, representa el consumo autónomo, el que no depende del nivel del ingreso. En el siguiente término, la expresión

$$\frac{1}{\overline{P}_C}\left[(1-t^{*}_{W})P_W\,\Lambda_W\,X-T^{*}_{W}\right]$$

es el ingreso disponible real para consumo proveniente de la remuneración de asalariados. Observemos que esta última expresión es igual a

$$\frac{1}{\overline{P}_C}\left[\left(1-t^{*}_{W}\right)P_W\Lambda_W X-T^{*}_{W}\right]=\frac{1}{\overline{P}_C}P_W\Lambda_W X-\frac{1}{\overline{P}_C}\left[T^{*}_{W}+t^{*}_{W}P_W\Lambda_W X\right]$$

donde $P_W\Lambda_W X$ es el monto de remuneración de asalariados pagado por las actividades de producción, para el nivel de actividad X. En efecto, si multiplicamos el vector de índices del costo de cada unidad de remuneración de asalariados (P_W) por los requerimientos de remuneración de asalariados por unidad producida en cada una de las actividades de producción, obtenemos los requerimientos actualizados de remuneración de asalariados por unidad de producción, que multiplicados por los niveles de actividad nos da el monto total de los salarios generados por las actividades de producción. A este último le descontamos los impuestos a la renta sobre estos ingresos, los que se componen de dos partes: una que es autónoma (T^{*}_{W}) y otra que es una proporción (t^{*}_{W}) del monto total de la remuneración de asalariados.

Podemos exponer esta misma interpretación de una manera alternativa. Si llamamos Y_W al ingreso disponible de los perceptores de remuneración de asalariados y R_W a la recaudación del impuesto a la renta proveniente de estos ingresos, entonces:

$$Y_W=P_W\Lambda_W X-R_W=\sum_{i=1}^{14}P_{W_i}\lambda^{W}_{ii}X_i-R_W$$

y

$$R_W=T^{*}_{W}+t^{*}_{W}\,P_W\,\Lambda_W\,X$$

Reemplazando, nos queda:

$$Y_W=P_W\,\Lambda_W\,X-T^{*}_{W}-t^{*}_{W}\,P_W\,\Lambda_W\,X$$

$$Y_W = (1 - t^{\cdot}_W) P_W \Lambda_W X - T^{\cdot}_W$$

El ingreso disponible real se obtiene al dividir el ingreso disponible entre el índice de precios al consumidor, $\overline{P}_C$. Finalmente, β_W es la propensión marginal a consumir del ingreso disponible real de los asalariados, que multiplicada por la expresión anterior nos da el consumo total de los perceptores de esta categoría de ingreso.

El tercer término de la ecuación (V.1) determina la cantidad del consumo total realizada con los ingresos provenientes del excedente de explotación. En efecto, si llamamos Y_{RD} al ingreso disponible de los perceptores de excedente de explotación, y R_{RD} a la recaudación del impuesto a la renta proveniente de estos ingresos, podemos escribir:

$$Y_{RD} = P_{RD} \Lambda_{RD} \hat{\Theta} X - R_{RD}$$

$$= \sum_{i=1}^{14} P_{RD_i} \lambda_{ii}^{RD} \hat{\Theta}_{ii} X_i - R_{RD}$$

Observemos que $\hat{\Theta}$ nos permite desglosar el excedente de explotación por unidad de producción en dos partes: aquella que se distribuye a los hogares, $\hat{\Theta}_{ii}$, que podrá ahorrarse o consumirse, y aquella que se retiene en las empresas $(1 - \hat{\Theta}_{ii})$. Esta última se destina al pago del impuesto a la renta sobre las empresas, al consumo de capital fijo y a las utilidades no distribuidas; los dos últimos conceptos constituyen fuentes de autofinanciamiento de las empresas. Las empresas públicas[3] no distribuyen utilidades, de tal forma que en aquellas ramas donde todas las empresas que la componen son públicas, el valor correspondiente de $\hat{\Theta}_{ii}$ será nulo.

La recaudación del impuesto a la renta sobre los perceptores de excedente de explotación se compone de dos partes: una que es independiente del nivel de ingresos $(T^{\cdot}_W)$ y otra que es una proporción $(t^{\cdot}_W)$ de estos ingresos. Por lo tanto, podemos escribir:

$$R_{RD} = T^{\cdot}_{RD} + t^{\cdot}_W P_{RD} \Lambda_{RD} \hat{\Theta} X$$

Reemplazando, obtenemos el ingreso disponible proveniente del excedente de explotación:

$$Y_{RD} = (1 - t^{\cdot}_{RD}) P_{RD} \Lambda_{RD} \hat{\Theta} X - T^{\cdot}_{RD}$$

Dividiendo esta última expresión por el índice de precios al consumidor obtenemos el ingreso disponible real proveniente del excedente de explotación, que constituye una de las variables explicativas del consumo:

$$\frac{1}{\overline{P}_C} \left[(1 - t^{\cdot}_{RD}) P_{RD} \Lambda_{RD} \hat{\Theta} X - T^{\cdot}_{RD} \right]$$

Finalmente, β_{RD} es la propensión marginal a consumir de los perceptores de estos ingresos, que multiplicada por la expresión anterior nos da el consumo total de los perceptores de excedente de explotación.

Para calcular $\overline{C}$ es necesario tener los valores de las variables $\overline{P}_C$, P_W, P_{RD} y X. Los valores

[3] Se restringe el concepto de empresa pública a aquellas donde el Estado es el único propietario de las mismas.

correspondientes a las tres primeras se obtienen del modelo de precios, mientras que la última se obtiene, como veremos más adelante, de la solución simultánea del propio modelo de cantidades.

V.3. DISTRIBUCIÓN DEL CONSUMO POR OBJETO DEL GASTO

El consumo privado total de los residentes, $\overline{C}$, se distribuye entre los diez diferentes objetos del gasto. Al consumo de los residentes se le suma el consumo de los no residentes (turistas), para determinar el consumo privado total de cada uno de los bienes. Las ecuaciones que determinan el consumo privado total para cada objeto del gasto, son:

$$C = C^{o} + \mu(\overline{C} - \overline{C}^{o}) + \alpha_F(\overline{C}_F^{*} - \overline{C}_F^{o}) + \kappa\left[\frac{P_C^{*} - \overline{P}_C}{\overline{P}_C}\right] \qquad (V.2)$$

donde:

- C^{o}: vector columna de dimensión (10, 1), donde el elemento C_j^{o} representa el consumo privado total por objeto del gasto *j*, en el año base.
- μ: vector de elasticidades-ingreso ponderadas de dimensión (1, 10), donde el elemento μ_j es igual a la elasticidad-ingreso del objeto del gasto *j*, η_j, ponderada por su participación en el consumo privado total, α_j^{C}.
- $\overline{C}^{o}$: consumo privado total de los residentes (escalar), en el año base.
- $\overline{C}_F^{*}$: consumo privado total de los no residentes (escalar), dado exógenamente.
- $\overline{C}_F^{o}$: consumo privado total de los no residentes (escalar), en el año base.
- κ: matriz de elasticidades-precio, multiplicada por el consumo total de los residentes, donde el elemento κ_{ij} es la elasticidad-precio cruzada del consumo privado del objeto del gasto *i*, con respecto al precio relativo del objeto del gasto *j*, multiplicada por el consumo privado total.

Analicemos el significado de la expresión (V.2).[4] El vector de consumo privado total por objeto del gasto, *C*, se determina como la suma de dos componentes: el valor de este vector en el año base, C^{o}, más los cambios con respecto a ese mismo vector. Este último componente, a su vez, se explica por dos factores: el cambio del consumo por objeto del gasto de los no residentes, dado por $\alpha_F(\overline{C}_F^{*} - \overline{C}_F^{o})$, y el cambio del consumo de los residentes, dado por el resto de la ecuación.

El consumo de los no residentes está determin do exógenamente de la siguiente manera: $(\overline{C}_F^{*} - \overline{C}_F^{o})$ es el cambio, con respecto al año base, del consumo total de los no residentes; α_F es el vector de las participaciones de cada uno de los objetos del gasto en el consumo privado total de los no residentes; es decir, α_F distribuye el cambio, respecto al año base, del gasto total de los no residentes entre los diferentes objetos del gasto.

El cambio del consumo de los residentes, por objeto del gasto, se obtiene como la suma de dos partes: el cambio debido a la variación del gasto total en consumo privado, $\mu(\overline{C} - \overline{C}^{o})$, y el cambio atribuible a la modificación de los precios relativos de los diferentes objetos del gasto. La primer parte, $\mu(\overline{C} - \overline{C}^{o})$, se obtiene de la siguiente forma: en primer lugar, la elasticidad-ingreso del objeto del gasto *j*, η_j, o sea, el cambio porcentual en el consumo del objeto del gasto *j* debido a un cambio

[4] En el anexo E se analiza la fundamentación teórica de esta ecuación y algunos problemas en la estimación estadística de sus parámetros.

de 1% en el ingreso, se multiplica por $\alpha_j^C \Big/ \left(\sum_{i=1}^{10} \alpha_i^C \eta_i \right)$, que es la participación normalizada del objeto del gasto j en el consumo privado total. Al resultado le llamamos μ_j, es decir:

$$\frac{\alpha_j^C \eta_j}{\sum_{i=1}^{10} \alpha_i^C \eta_i} = \mu_j$$

Esto nos da el cambio porcentual normalizado en el consumo del objeto del gasto j por unidad porcentual de cambio en el gasto en consumo privado total. En segundo lugar, si ahora multiplicamos μ_j por $(\overline{C} - \overline{C}^o)$, obtenemos la expresión:

$$\mu_j (\overline{C} - \overline{C}^o) = \frac{\alpha_j^C \eta_j}{\sum_{i=1}^{10} \alpha_j^C \eta_i} (\overline{C} - \overline{C}^o)$$

que nos da el cambio en el consumo del objeto del gasto j debido al cambio en el gasto total en consumo privado. Esta expresión corresponde al elemento j-ésimo del segundo sumando de la ecuación (V.2).

La segunda parte es el cambio en el consumo del objeto del gasto j debido a cambios en los precios relativos y se obtiene de la siguiente forma: si e_{ik} es la elasticidad-precio cruzada, es decir, el cambio porcentual en el objeto del gasto i debido al cambio en 1% del precio relativo del objeto del gasto k, entonces, el producto

$$e_{ik} \frac{P_k^C - \overline{P}_C}{\overline{P}_C}$$

mide el cambio porcentual total en el consumo del objeto del gasto i a consecuencia del cambio en el precio relativo del objeto del gasto k. Si ahora multiplicamos esta última expresión por $\overline{C}^o$, obtenemos el cambio total en el consumo del objeto del gasto i por efecto del cambio en el precio relativo del objeto del gasto k. Si aplicamos sumatoria sobre k, obtenemos:

$$\sum_{k=1}^{10} \overline{C}^o e_{ik} \frac{P_k^C - \overline{P}_C}{\overline{P}_C}$$

que es la suma de los efectos acumulados sobre el consumo del objeto del gasto i por los cambios de los precios relativos de todos los objetos del gasto. Definamos la matriz $\kappa = \left\{ \kappa_{ki} = \overline{C}^o e_{ik} \right\}$; entonces, podemos escribir matricialmente la expresión anterior como:

$$\kappa \left[\frac{P_C^{'} - \overline{P}_C}{\overline{P}_C} \right] = \kappa \left[\frac{P_C^{'}}{\overline{P}_C} - 1 \right]$$

que corresponde al último elemento de la expresión (V.2).

V.4. Ecuaciones de las actividades de producción

En general, los modelos de tipo multisectorial incluyen alguna ecuación que asegura el equilibrio entre oferta y demanda para cada sector. En la tradición keynesiana, los niveles de demanda determinan la oferta, ya que se acepta la hipótesis de la existencia de capacidad ociosa en todo el sistema. Sin embargo, en un enfoque más realista, aun cuando se sostenga que la demanda determina la oferta, es necesario reconocer que la capacidad de producción de algunos sectores puede presentar restricciones que impiden satisfacer los niveles de demanda. El sector externo permite que los déficit (excedentes) sectoriales puedan importarse (exportarse), hasta cubrir la brecha entre oferta y demanda. De esta forma, el concepto de equilibrio se extiende a la oferta total y a la demanda total, con lo que es posible introducir "rigideces" de diferente naturaleza, tales como las que se originan en problemas institucionales o las que se presentan por razones de política económica.

El modelo de cantidades se basa en tres hipótesis básicas:

i) En general, los niveles de demanda determinan los niveles de oferta interna de cada actividad de producción. Los niveles de demanda son exógenos, a excepción del consumo privado que, como ya vimos, se determina endógenamente.

ii) Para aquella actividad cuyo nivel de producción esté predeterminado por razones institucionales o políticas, el modelo permite introducir el nivel de producción en forma exógena. La diferencia entre este nivel y el que se determina mediante la demanda, se ajusta por medio del sector externo y los cambios de existencias.

iii) Los niveles de las actividades de importación se determinan endógenamente, por medio de las matrices de coeficientes de requerimientos de bienes importados para las distintas actividades, tanto de producción como de demanda final. De esta forma, es posible obtener el balance por actividad como la diferencia entre las exportaciones (determinadas exógenamente) y las importaciones (determinadas endógenamente).

El vector de las 14 actividades de producción, X, está determinado por la siguiente ecuación:

$$X = \Gamma_X \left[\Lambda_X X + \Lambda_C C + \Lambda_G G^* + \Lambda_I I^* + L_D^* + \Lambda_A A^* \right] + X^* \tag{V.3}$$

La expresión entre corchetes constituye una suma de vectores, los que representan las cantidades demandadas a cada una de las actividades de producción, ya sea con destino final o intermedio. Así, por ejemplo:

$$\Lambda_X X = \left\{ \sum_{j=1}^{14} \lambda_{ij}^X X_j \right\}$$

es un vector donde el elemento i-ésimo es la demanda a la actividad de producción i para satisfacer los requerimientos de insumos necesarios para producir el nivel de producción X;

$$\Lambda_C C = \left\{ \sum_{j=1}^{10} \Lambda_{ij}^C C_j \right\}$$

es un vector donde el elemento i-ésimo es la demanda de actividad de producción i para satisfacer los requerimientos para alcanzar el nivel de consumo privado por objeto del gasto, C. Es decir, esta expresión nos lleva del consumo por "destino" (u objeto del gasto) al consumo por origen (o actividad de producción).

Significados equivalentes tienen $\Lambda_I\ J^*$, $\Lambda_A\ A^*$ y $\Lambda_G\ G^*$, respecto a la formación bruta de capital fijo, exportación y consumo del gobierno, respectivamente. El vector de variación de existencias de origen doméstico, L_D^*, se expresa directamente por actividad de producción de origen.

De esta forma, el vector resultante de la suma de toda la expresión entre corchetes constituye el vector de demanda a las actividades de producción. Sin embargo, como ya señalamos, el nivel de cada una de las 14 actividades de producción puede ser determinado exógena o endógenamente. El elemento Γ_{ii}^X de la matriz diagonal Γ_X será igual a 1 si la actividad i tiene su producción endógenamente determinada; si todos los elementos de la fila i de la matriz Γ_X son nulos, significa que el nivel de producción i está exógenamente determinado y, consecuentemente, el elemento X_i^* será distinto de cero. Cuando la actividad de producción i tiene su producción endógenamente determinada, ésta será igual a las cantidades de producción i utilizadas como insumo en las demás actividades de producción y como demanda final (consumo privado, formación bruta de capital fijo, exportación, consumo del gobierno y variación de existencias); consistentemente, el elemento X_i^* será nulo.

Ahora podemos discutir la solución del modelo. Las ecuaciones (V.1), (V.2) y (V.3) forman un sistema de 25 ecuaciones con 24 niveles de actividades a determinar: 14 actividades de producción y 10 actividades de consumo privado. Sin embargo, es posible calcular previamente el valor de $\overline{C}$ en función de valores conocidos, de acuerdo con la siguiente expresión:[5]

$$\overline{C} = \frac{a + b\left[I - \Gamma_X \Lambda_X\right]^{-1}\left[\Gamma_X \Lambda_C d + e\right]}{1 - b\left[I - \Gamma_X \Lambda_X\right]^{-1}\Gamma_X \Lambda_C \mu}$$

donde:

$$a' = \beta_0 - \beta_W \frac{1}{\overline{\overline{P}}_C} T_W^* - \beta_R \frac{1}{\overline{\overline{P}}_C} T_R^*$$

$$b = \beta_W \frac{1}{\overline{\overline{P}}_C}\left(1 - t_W^*\right) P_W \Lambda_W + \beta_R \frac{1}{\overline{\overline{P}}_C}\left(1 - t_R^*\right) P_{RD} \Lambda_{RD} \hat{\Theta}$$

$$d = C^0 - \mu \overline{C}^0 + \alpha_F\left(\overline{C}_F - \overline{C}_F^0\right) + \kappa \frac{\overline{P}_C' - \overline{P}_C}{\overline{P}_C}$$

$$c = \Gamma_X\left[\Lambda_I J^* + \Lambda_G G^* + \Lambda_A A^* + L_D^*\right] + X^*$$

Una vez obtenido $\overline{C}$ se demuestra que se puede calcular C mediante la siguiente expresión:

$$C = d + \mu \overline{C}$$

Finalmente, con base en C, se obtiene X:

$$X = \left[I - \Gamma_X \Lambda_X\right]^{-1}\left[\Gamma_X\ \Lambda_C\ C + e\right]$$

Una vez resuelto para estas variables se pueden determinar los niveles de las actividades de importación (B), del excedente o déficit de producción (Z), del empleo (N) y del producto bruto (E) generado en cada actividad de producción.

[5] La demostración de esta expresión y las siguientes, así como la descripción detallada del proceso de solución, se desarrolla en el capítulo VI.

V.5. Ecuaciones de las importaciones

Una vez determinado X y C en las ecuaciones anteriores, el nivel de la actividad de importación j, B_j, es igual a la suma de las importaciones de j requeridas como insumos en todas las actividades de producción y en las actividades de demanda final siguientes: consumo privado, formación bruta de capital fijo y variación de existencias. Observemos que las actividades correspondientes al consumo del gobierno y a la exportación no realizan importaciones en forma directa. Entonces:

$$B = \Lambda_{BX} X + \Lambda_{BC} C + \Lambda_{BI} J^{*} + L^{*}_{B} \tag{V.4}$$

V.6. Ecuaciones de los excedentes o déficit de producción

De acuerdo con la expresión (V.3), si todas las actividades de producción tienen su nivel endógenamente determinado, es decir, Γ_X es la matriz identidad y X^* es un vector nulo, el vector de los niveles de las actividades de producción, X, es igual a:

$$X = [\Lambda_X X + \Lambda_C C + \Lambda_G G^{*} + \Lambda_I J^{*} + L^{*}_{D} + \Lambda_A A^{*}]$$

Es decir, si las producciones se determinan como la suma de los requerimientos de insumos para las actividades de producción, consumo privado, consumo del gobierno, exportación, formación bruta de capital fijo y variación de existencias, o sea, se determinan de acuerdo con la demanda, no existirán ni déficits ni excedentes en ninguna de las actividades de producción. Por lo tanto, todos los elementos del vector Z serán nulos.

Si el nivel de una actividad de producción se determina exógenamente, ya sea como meta política de producción o debido a rigideces en la oferta, la solución del sistema nos indicará si la producción predeterminada es suficiente o insuficiente para enfrentar los requerimientos de las demás actividades de producción y de la demanda final. Los elementos del vector Z serán, entonces, igual a cero para aquellas actividades cuya producción fue exactamente la necesaria, positivos cuando existan excedentes en las actividades de producción y negativos cuando las producciones requeridas sean mayores que las predeterminadas. Podemos, entonces, definir el vector Z como la diferencia entre la demanda, representada por la expresión entre corchetes, y la oferta, igual al valor de X obtenido mediante la expresión (V.3), o sea

$$Z = X - [\Lambda_X X + \Lambda_C C + \Lambda_G G^{*} + \Lambda_I J^{*} + L^{*}_{D} + \Lambda_A A^{*}] \tag{V.5}$$

Estas diferencias pueden cubrirse mediante importaciones o disminuciones en las existencias, cuando Z_i sea negativo, o pueden destinarse a exportación o a incrementar las existencias, cuando sea positivo. Entonces, Z se separa en:

$$Z = Z_L + Z_A$$

cuando Z es positivo, o:

$$Z = Z_L + Z_B$$

cuando Z es negativo, donde: Z_L es un vector de dimensión (1,14) que ajusta el vector L^{*}_{D} inicial, Z_B ajusta el vector B calculado en la ecuación (5.4) y Z_A ajusta al vector A^{*} inicial. Entonces, podemos escribir:

$$L_D^* = L_D^{\cdot} + Z_L$$
$$B^* = B - Z_B$$
$$A^* = A^{\cdot} + Z_A$$

donde L_D^*, B^* y A^* son los vectores ajustados de los niveles de variación de existencias domésticas, de importación y de exportación, respectivamente. El criterio para distribuir el vector Z entre Z_L, Z_B y Z_A puede ser mediane coeficientes fijos o simple decisión de política.

V.7. Ecuaciones de empleo

Conocidos los niveles de producción es posible determinar la cantidad de empleo total requerida en las diferentes actividades de producción. Entonces:

$$N = \Lambda_N \circ \frac{X}{q^*} \tag{V.6}$$

donde Λ_N es una matriz que en la diagonal principal contiene los coeficientes de empleo total (número de trabajadores) por unidad de producción en cada una de las actividades de producción y los restantes elementos de la matriz son nulos, mientras que q^* es un vector de índices de la productividad del trabajo en las distintas actividades de producción.[6] Entonces, el empleo total en la actividad de producción j, N_j, es el resultado de calcular $(\Lambda_{jj}\ X_j) / q_j^*$, o sea, el cociente entre el empleo total en la actividad j y su índice de productividad. Es decir, el empleo varía en forma inversa con el índice de productividad.

V.8. Ecuaciones del producto bruto por actividad de producción

Conocidos los niveles de las actividades de producción y los coeficientes de producto bruto por unidad de producción, Λ_E, se puede determinar el nivel de producto bruto generado en las actividades de producción, el que comprende la remuneración de asalariados, el excedente de explotación y los impuestos indirectos sobre la producción. Entonces:

$$E = \Lambda_E\ X \tag{V.7}$$

[6] Los componentes de q^* se determinan exógenamente o resultan de la solución del modelo de precios.

CAPÍTULO VI

SOLUCIÓN DEL SISTEMA DE ECUACIONES DEL MODELO DE CANTIDADES

Con base en la exposición conceptual sobre el modelo de cantidades desarrollada en el capítulo V, en éste describiremos el algoritmo para solucionar dicho modelo.

VI.1. SISTEMA DE ECUACIONES DEL MODELO DE CANTIDADES

De acuerdo con el planteamiento anterior, el sistema de ecuaciones del modelo de cantidades está dado por:

$$\overline{C} = \beta_o + \beta_W \frac{1}{\overline{P}_C}\left[(1-t_W^{\cdot})P_W \Lambda_W X - T_W^{\cdot}\right] + \beta_R \frac{1}{\overline{P}_C}\left[(1-t_R^{\cdot})P_{RD}\Lambda_{RD}\hat{\Theta}X - T_R^{\cdot}\right] \tag{V.1}$$

$$C = C^{o} + \mu(\overline{C} - \overline{C}^{o}) + \alpha_F(\overline{C}_F^{\cdot} - \overline{C}_F^{o}) + \kappa\left[\frac{P_C^{\cdot} - \overline{P}_C}{\overline{P}_C}\right] \tag{V.2}$$

$$X = \Gamma_X\left[\Lambda_X X + \Lambda_C C + \Lambda_G G^{\cdot} + \Lambda_I J^{\cdot} + L_D^{\cdot} + \Lambda_A A^{\cdot}\right] + X^{\cdot} \tag{V.3}$$

$$B = \Lambda_{BX} X + \Lambda_{BC} C + \Lambda_{BI} J^{\cdot} + L_B^{\cdot} \tag{V.4}$$

$$Z = X - \left[\Lambda_X X + \Lambda_C C + \Lambda_G G^{\cdot} + \Lambda_I J^{\cdot} + L_D + \Lambda_A A^{\cdot}\right] \tag{V.5}$$

$$N = \Lambda_N \circ \frac{X}{q^{\cdot}} \tag{V.6}$$

$$E = \Lambda_E X \tag{V.7}$$

donde:

i) La matriz $\kappa_{(10,10)}$ y el vector $\mu_{(10)}$ se calculan en la primera parte del programa que soluciona el modelo.

ii) Las variables $\overline{P}_C, P_W, P_{RD}, P_C$ se obtienen como salida del modelo de precios o de los valores históricos observados.

iii) Las matrices Λ_W, Λ_{RD}, Λ_I, Λ_C, Λ_X, Λ_A, Λ_G, Λ_{BX}, Λ_{BC}, Λ_{BI}, Λ_N, Λ_E se obtienen de la estandarización del sistema de cuentas.
iv) Los parámetros $\beta_0, \beta_R, \beta_W, t^{\cdot}_W, T^{\cdot}_W, t^{\cdot}_R, T^{\cdot}_R$ se estiman o determinan exógenamente.
v) La matriz diagonal $\hat{\Theta}$ y los vectores $J^{\cdot}, A^{\cdot}, G^{\cdot}, L^{\cdot}_D, X^{\cdot}, L^{\cdot}_B$ se calculan exógenamente.
vi) Los valores $\overline{C}^{\,0}$ y $\overline{C}_F^{\,0}$ se determinan exógenamente.
vii) El vector $C^{\,0}$ corresponde al vector C que se obtiene del sistema de cuentas.

VI.2. Solución del modelo de cantidades

En el sistema de ecuaciones de este modelo, la variable $\overline{C}$ es función de X (ecuación V.1); a su vez, X es función de C (ecuación V.3), y finalmente, C es función de $\overline{C}$ (ecuación V.2). El método para solucionar el sistema consiste en resolver simultáneamente las ecuaciones (V.1), (V.2) y (V.3), y posteriormente resolver secuencialmente las ecuaciones (V.4) y (V.7). Definamos los siguientes elementos:

$$a' = \beta_0 - \beta_W \frac{1}{\overline{P}_C} T^{\cdot}_W - \beta_R \frac{1}{\overline{P}_C} T^{\cdot}_R$$

$$b = \beta_w \frac{1}{\overline{P}_C}\left(1 - t^{\cdot}_W\right) P_W \Lambda_W + \beta_R \frac{1}{\overline{P}_C}\left(1 - t^{\cdot}_R\right) P_{RD} \Lambda_{RD} \hat{\Theta}$$

$$d = C^0 - \mu \overline{C}^0 + \alpha_F \left(\overline{C}^{\cdot}_F - \overline{C}^0_F\right) + \kappa \left(\frac{P^{\cdot}_C - \overline{P}_C}{\overline{P}_C}\right)$$

$$e = \Gamma_X \left[\Lambda_I J^{\cdot} + \Lambda_G G^{\cdot} + L^{\cdot}_D + \Lambda_A A^{\cdot}\right] + X^{\cdot}$$

que son valores conocidos.

Observemos que en la expresión para d, $\overline{P}_C$ es un escalar y P_C es un vector; por lo tanto, $(P_C - \overline{P}_C) / \overline{P}_C$ se obtiene restando a cada componente del vector P_C el valor $\overline{P}_C$ y posteriomente dividiendo el resultado entre $\overline{P}_C$. Ahora, si en las ecuaciones (V.1) a (V.3) sustituimos por los elementos definidos más arriba, nos queda:

$$\overline{C} = a' + bX \tag{V.1'}$$

$$C = d + \mu \overline{C} \tag{V.2'}$$

$$X = \Gamma_X \Lambda_X X + \Gamma_X \Lambda_C C + e \tag{V.3'}$$

De la expresión (V.3'), obtenemos:

$$X = \left[I - \Gamma_X \Lambda_X\right]^{-1} \left[\Gamma_X \Lambda_C C + e\right] \tag{V.4'}$$

Si sustituimos (V.4') en (V.1'), nos queda:

$$\overline{C} = a' + b\left[I - \Gamma_X \Lambda_X\right]^{-1}\left[\Gamma_X \Lambda_C C + e\right] \tag{V.5'}$$

Si ahora reemplazamos en esta última expresión el valor de C por la expresión (V.2'), obtenemos:

$$\overline{C} = a' + b\left[I - \Gamma_X \Lambda_X\right]^{-1}\left[\Gamma_X \Lambda_C \left(d + \mu\overline{C}\right) + e\right]$$

y despejando $\overline{C}$, nos queda:

$$\overline{C} = \frac{a' + b\left[I - \Gamma_X \Lambda_X\right]^{-1}\left[\Gamma_X \Lambda_C d + e\right]}{1 - b\left[I - \Gamma_X \Lambda_X\right]^{-1}\Gamma_X \Lambda_C \mu} \qquad \text{(V.6')}$$

O sea, $\overline{C}$ se expresa en función de valores conocidos. Ahora, sustituyamos el valor de $\overline{C}$ en (V.2') para obtener el valor de C, el que a su vez reemplazamos en la ecuación (V.4') para calcular finalmente el valor de X.

Analicemos, en primer lugar, la solución para el año base de las dos primeras ecuaciones del modelo, utilizando los resultados obtenidos más arriba:

i) Los parámetros t_W^*, T_W^*, t_R^*, T_R^*, β_0, β_W y β_R de la ecuación (V.1) se determinan exógenamente, ya sea por medio de una estimación econométrica o sencillamente mediante valores que se desean experimentar. En consecuencia, el valor que se obtenga de $\overline{C}$ utilizando estos valores no tiene por qué coincidir con el valor histórico observado para el año base. En consecuencia, al evaluar (V.6') en el año base, la ecuación nos da como resultado

$$\overline{C} = \overline{C}^{\,0} + \varepsilon_C \qquad \text{(V.7')}$$

donde $\overline{C}$ es el valor "estimado" por la ecuación (V.6') para el año base, $\overline{C}^{\,0}$ es el valor histórico y ε_C es el "error" o desvío. Esto es:

$$\overline{C} = \overline{C}^{\,0} + \varepsilon_C = \frac{a' + b\left[1 - \Gamma_X \Lambda_X\right]^{-1}\left[\Gamma_X \Lambda_C d + e\right]}{1 - b\left[I - \Gamma_X \Lambda X\right]^{-1}\Gamma_X \Lambda_C \mu}$$

o sea,

$$\overline{C}^{\,0} = \frac{a' + b\left[I - \Gamma_X \Lambda_X\right]^{-1}\left[\Gamma_X \Lambda_C d + e\right]}{1 - b\left[I - \Gamma_X \Lambda_X\right]^{-1}\Gamma_X \Lambda_C \mu} \qquad \text{(V.8')}$$

Sin embargo, si se desea "ajustar" la ecuación para calcular $\overline{C}$, de tal forma que para el año base el valor estimado y el observado (histórico) coincidan, entonces el problema es calcular una corrección sobre el β_0 que compense exactamente el desvío. Con este propósito, definamos:

$$\overline{C}^{\,*} = -\varepsilon_C \left[1 - b(1 - \Gamma_X \Lambda_X)^{-1} \Gamma_X \Lambda_C \mu\right] \qquad \text{(V.9')}$$

donde ε_C se calcula como la diferencia entre el valor estimado con la ecuación (V.6') y el valor histórico del año base, es decir:

$$\varepsilon_C = \overline{C} - \overline{C}^{\,0} \qquad \text{(V.10')}$$

Ahora, sumamos $\overline{C}^{\,*}$ al β_0 de la ecuación (V.1), de tal forma que en la ecuación (V.6') podemos obtener una nueva estimación del valor de $\overline{C}$ para el año base, es decir:

$$\overline{C}=\frac{a'+\overline{C}^{*}+b\left[I+\Gamma_X\Lambda_X\right]^{-1}\left[\Gamma_X\Lambda_C d+e\right]}{1+b\left[I-\Gamma_X\Lambda_X\right]^{-1}\Gamma_X\Lambda_C\mu}$$

$$=\frac{a'+b\left[I-\Gamma_X\Lambda_X\right]^{-1}\left[\Gamma_X\Lambda_C d+e\right]}{1+b\left[I-\Gamma_X\Lambda_X\right]^{-1}\Gamma_X\Lambda_C\mu}+\frac{\overline{C}^{*}}{1+b\left[I-\Gamma_X\Lambda_X\right]^{-1}\Gamma_X\Lambda_C\mu}$$

Por la ecuación (V.9'), el último término es igual a $-\varepsilon_C$, de tal forma que:

$$\overline{C}=\frac{a'+b\left[I-\Gamma_X\Lambda_X\right]^{-1}\left[\Gamma_X\Lambda_C d+e\right]}{1-b\left[I-\Gamma_X\Lambda_X\right]^{-1}\Gamma_X\Lambda_C\mu}$$

Por lo tanto, el valor finalmente estimado coincide con el observado para el año base. De otra forma, si introducimos $\overline{C}^{*}$ en la ecuación (V.1'), obtenemos

$$\begin{aligned}\overline{C}&=a'+bX+\overline{C}^{*}\\&=\beta_0+\beta_W\frac{1}{\overline{P}_C}\left[\left(1-t_W^{*}\right)P_W\Lambda_W X-T_W^{*}\right]+\beta_R\frac{1}{\overline{P}_C}\left[\left(1-t_R^{*}\right)P_{RD}\Lambda_{RD}\hat{\Theta}X-T_R^{*}\right]+\overline{C}^{*}\end{aligned}$$

donde $\overline{C}^{*}$ es el factor de ajuste para que $\overline{C}$ sea igual a $\overline{C}^{0}$ al evaluar el modelo en el año base. En otras palabras, es el valor por el que hay que ajustar el valor de la ordenada al origen de la función de consumo, β_0, para que ésta pase por el valor observado en el año base. Por lo tanto, para años posteriores al año base, $\overline{C}^{*}$ no se vuelve a calcular. Entonces, si ahora volvemos a sustituir C y X por las ecuaciones (V.2') y (V.3'), respectivamente, y despejamos nuevamente $\overline{C}$, obtenemos:

$$\overline{C}=\frac{a'+b\left[I-\Gamma_X\Lambda_X\right]^{-1}\left[\Gamma_X\Lambda_X d+e\right]}{1-b\left[I-\Gamma_X\Lambda_X\right]^{-1}\Gamma_X\Lambda_C\mu}+\frac{\overline{C}^{*}}{1-b\left[I-\Gamma_X\Lambda_X\right]^{-1}\Gamma_X\Lambda_C\mu}\tag{V.11'}$$

Esta última expresión es válida para cualquier año del periodo de simulación (solución) del modelo.

ii) Para la ecuación (V.2), en el año base, $\overline{C}=\overline{C}^{0}$, $\overline{C}_F^{*}=\overline{C}_F^{0}$ y $P_C-\overline{P}_C=0$ (para $i=1,\dots,10$), de donde $C=C^{0}$. Las demás ecuaciones se calculan sustituyendo en las mismas los valores antes obtenidos.

Sinteticemos el procedimiento en los siguientes pasos:

i) Se calcula el valor del consumo privado de los residentes para el año base con los parámetros estimados originalmente. Con este valor estimado se calcula el "error", como la diferencia entre el mismo y el valor histórico, es decir, $\varepsilon_C=\overline{C}-\overline{C}^{0}$

ii) Con el "error", ε_C, se calcula $\overline{C}^{*}$:

$$\overline{C}^{*}=-\varepsilon_C\left[1-b(1-\Gamma_X\ \Lambda_X)^{-1}\Gamma_X\ \Lambda_C\mu\right]$$

iii) Con el valor de $\overline{C}^{*}$ se corrige la ecuación original.

VI.3. Algoritmo

VI.3.1. Cálculo de la matriz $\kappa_{(10,10)}$ y del vector $\mu_{(10)}$

LEER

$\eta_{(10)}$: elasticidades ingreso

↓

LEER

$\alpha_{C_{(10)}}$: estructura del consumo

↓

Calcular $\mu(10)$

$$\mu_i = \frac{\eta_i \, \alpha_i^C}{\sum_{j=1}^{10} \eta_j \, \alpha_j^C}$$

$i = 1, \ldots, 10$

↓

LEER

ω: elasticidad de la utilidad marginal del ingreso

$\overline{C}^{\,0}$: consumo total de los residentes en el año base

↓

Calcular $\kappa_{(10,10)}$

$$\kappa_{i,j} = \begin{cases} \left[(\mu_i/\omega)(1-\mu_i) - \mu_i \alpha_i^C\right]\overline{C}^0 & i = j \\ \left[(\mu_i/\omega)\mu_j - \mu_i \alpha_i^C\right]\overline{C}^0 & i \neq j \end{cases}$$

$i = 1, 2, \ldots, 10$
$j = 1, 2, \ldots, 10$

VI.3.2. Diagrama de flujo de la solución del modelo

El diagrama de flujo para resolver el modelo de cantidades está dado por:

LEER (parámetros)

$\beta_0, \beta_W, t_W^*, T_W^*, \beta_R, \overline{C}^0, \overline{C}_F^*, \overline{C}_F^0, T_R^*, t_R^*, lk, \overline{C}^*$

donde:

$$lk \begin{cases} = 0 \text{ para el año base y entonces se calcula } \overline{C}^*. \\ \neq 0 \text{ para un año diferente del base y entonces se lee } \overline{C}^*. \end{cases}$$

LEER (solución del modelo de precios o datos históricos)

$\overline{P}_C, P_W, P_{RD}, P_C, q^*$

LEER (matrices del sistema de cuentas)

$\Lambda_W, \Lambda_{RD}, \Lambda_I, \Lambda_C, \Lambda_X, \Lambda_A, \Lambda_G, \Lambda_B, \Lambda_{BC}, \Lambda_{BI}, \Lambda_N$ y Λ_E

LEER (vectores exógenos)

$$\hat{\Theta}, I^{*}, A^{*}, G^{*}, L_{D}^{*}, X^{*}, L_{B}^{*}, C^{0}$$

LEER κ, μ,

Calcular a'

$$a' \leftarrow \beta_{0} - (\beta_{W} T_{W}^{*} + \beta_{R} T_{R}^{*}) / \overline{P}_{C}$$

Calcular $b_{(14)}$

$$b \leftarrow \beta_{W} \frac{1}{\overline{P}_{C}} \left(1 - t_{W}^{*}\right) P_{W} \Lambda_{W} + \beta_{R} \frac{1}{\overline{P}_{C}} \left(1 - t_{R}^{*}\right) P_{RD} \Lambda_{RD} \hat{\Theta}$$

Calcular $d_{(10)}$

$$d \leftarrow C^{0} - \mu \overline{C}^{0} + \alpha_{F} (\overline{C}_{F}^{*} - \overline{C}_{F}^{0}) + \kappa \frac{P_{C}^{*} - \overline{P}_{C}}{\overline{P}_{C}}$$

Calcular $e_{(14)}$

$$e \leftarrow \Gamma_X \left[\Lambda_I\, I^* + \Lambda_G\, G^* + \Gamma_A\, A^* + L_D^*\right] + X^*$$

donde:

$$\Gamma_{ii}^X = 1 \quad si \quad X_i^* = 0$$
$$\Gamma_{ii}^X = 0 \quad \text{si} \quad X_i^* \neq 0$$
$$\Gamma_{ij}^X = 0 \quad \text{si} \quad i \neq j$$

↓

Calcular $\left[I - \Gamma_X\ \Lambda_X\right]^{-1}$

↓

Calcular f

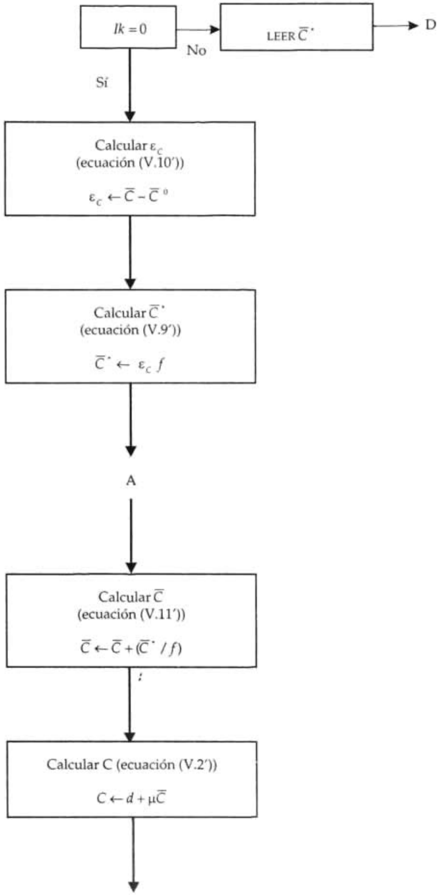
$$f \leftarrow \left[1 - b\left(I - \Gamma_X\ \Lambda_X\right)^{-1} \Gamma_X\ \Lambda_C\ \mu\right]$$

↓

Calcular $\overline{C}$ (ecuación (V.6'))

$$\overline{C} \leftarrow \frac{a' + b\left[I - \Gamma_X\ \Lambda_X\right]^{-1}\left[\Gamma_X\ \Lambda_C\ d + e\right]}{f}$$

↓


$Ik = 0$
No
LEER $\overline{C}^{*}$
D
Sí
Calcular ε_c
(ecuación (V.10′))
$\varepsilon_c \leftarrow \overline{C} - \overline{C}^{0}$
Calcular $\overline{C}^{*}$
(ecuación (V.9′))
$\overline{C}^{*} \leftarrow \varepsilon_c f$
A
Calcular $\overline{C}$
(ecuación (V.11′))
$\overline{C} \leftarrow \overline{C} + (\overline{C}^{*} / f)$
Calcular C (ecuación (V.2′))
$C \leftarrow d + \mu\overline{C}$

Calcular X (ecuación (V.4′))

$$X \leftarrow \left[I - \Gamma_X \Lambda_X\right]^{-1} \left[\Gamma_X \Lambda_C C + e\right]$$

Calcular B (ecuación (V.4))

$$B \leftarrow \Lambda_{BX} X + \Lambda_{BC} C + \Lambda_{BJ} J^{*} + L_B^{*}$$

Calcular Z (ecuación (V.5))

$$Z \leftarrow X - \left[\Lambda_X X + \Lambda_C C + \Lambda_G G^{*} + \Lambda_J J^{*} + L_D^{*} + \Lambda_A A^{*}\right]$$

Calcular N (ecuación (V.6))

$$N \leftarrow \Lambda_N \circ \frac{X}{q^{*}}$$

Calcular E (ecuación (V.7))

$$E \leftarrow \Lambda_E X$$

FIN

CAPÍTULO VII

MODELO A PRECIOS CORRIENTES

VII.1. Consumo privado

El vector de consumo privado por objeto del gasto, a precios constantes, C, se obtiene directamente de la solución del modelo de cantidades (véase la ecuación V.2). El mismo vector, a precios corrientes, $\tilde{C}$, se calcula multiplicando cada elemento del vector C por el elemento correspondiente del vector P_C, el que se genera en la solución del modelo de precios (véase la ecuación III.6), es decir:

$$\tilde{C} = P'_C \circ C \tag{VII.1.1}$$

Observemos que el vector P_C se presenta traspuesto, ya que en el modelo de precios está definido como un vector fila. Además, podemos calcular el consumo privado total, a precios constantes, C_T, y a precios corrientes, $\tilde{C}_T$, igual a la suma de los elementos del vector C y $\tilde{C}$, respectivamente, es decir:

$$C_T = \iota C \tag{VII.1.2}$$

$$\tilde{C}_T = \iota \tilde{C} \tag{VII.1.3}$$

A su vez, el consumo privado de los no residentes, a precios constantes, $\overline{C}^*_F$, se determina exógenamente en el modelo de cantidades, mientras que el índice de precios del mismo, $\overline{P}_F$, resulta de la solución del modelo de precios (véase la ecuación III.8). Por su parte, el consumo privado de los no residentes, a precios corrientes, $\tilde{C}_F$, se obtiene como resultado del producto de estos dos elementos, es decir:

$$\tilde{C}_F = \overline{P}_F \, \overline{C}^*_F \tag{VII.1.4}$$

VII.2. Formación bruta de capital fijo

El vector de formación bruta de capital fijo a precios constantes, J^*, se alimenta exógenamente en el modelo de cantidades. El mismo vector, a precios corrientes, $\tilde{J}$, se obtiene multiplicando cada elemento del vector J^* por el elemento correspondiente del vector P_J, el que se obtiene de la solución del modelo de precios (véase la ecuación III.10), es decir:

$$\tilde{J} = P'_C \circ J^* \tag{VII.2.1}$$

Observemos que el vector P_I se presenta traspuesto, puesto que en modelo de precios está definido como un vector fila. Además, podemos calcular la formación bruta de capital fijo total a precios constantes, J_T, y a precios corrientes, $\tilde{J}_T$, igual a la suma de los elementos del vector J^* y $\tilde{J}$, respectivamente, es decir:

$$J_T = \iota J^* \tag{VII.2.2}$$

$$\tilde{J}_T = \iota \tilde{J} \tag{VII.2.3}$$

VII.3. Excedentes o déficit de producción

El vector de excedentes o déficit de producción, Z, se obtiene de la solución del modelo de cantidades (véase la ecuación V.5). El mismo vector, a precios corrientes, $\tilde{Z}$, se calcula multiplicando cada elemento del vector Z por el elemento correspondiente del vector P, el que se obtiene de la solución del modelo de precios (véase la ecuación III.1), es decir:

$$\tilde{Z} = P' \circ Z \tag{VII.3.1}$$

El vector Z se separa en tres vectores, de tal forma que:

$$Z = Z_L + Z_B + Z_A \tag{VII.3.2}$$

donde Z_L es un vector que ajusta el vector L_D^* inicial, Z_B es un vector que ajusta el vector B calculado endógenamente en el modelo de cantidades (véase la ecuación V.4) y Z_A es un vector que ajusta el vector A^* inicial. Entonces, podemos calcular los valores de estos mismos vectores a precios corrientes, es decir:

$$\tilde{Z}_L = P' \circ Z_L \tag{VII.3.3}$$

$$\tilde{Z}_B = P' \circ Z_B \tag{VII.3.4}$$

$$\tilde{Z}_A = P' \circ Z_A \tag{VII.3.5}$$

Finalmente podemos determinar el excedente o déficit total a precios constantes, Z_T, y a precios corrientes, $\tilde{Z}$, como la suma de los elementos de los vectores Z y $\tilde{Z}$, respectivamente, es decir:

$$Z_T = \iota Z \tag{VII.3.6}$$

$$\tilde{Z}_T = \iota \tilde{Z} \tag{VII.3.7}$$

VII.4. Importación

El vector de importación, a precios constantes, B, se obtiene directamente de la solución del modelo de cantidades (véase la ecuación V.4). El mismo vector, a precios corrientes, $\tilde{B}$, se obtiene multiplicando cada elemento del vector B por el elemento correspondiente del vector P_B^*, el que se alimenta exógenamente en el modelo de precios, es decir:

$$\widetilde{B} = P_B^* \;\; \text{o} \;\; B \tag{VII.4.1}$$

A continuación, dados Z_B y $\widetilde{Z}_B$, ajustamos estos vectores de la siguiente forma:

$$B^+ = B - Z_B \tag{VII.4.2}$$

$$\widetilde{B}^+ = \widetilde{B} - \widetilde{Z}_B \tag{VII.4.3}$$

Finalmente podemos calcular la importación total a precios constantes, B_T, y a precios corrientes, $\widetilde{B}_T$, como la suma de los elementos de los vectores B y $\widetilde{B}$, respectivamente, así como la importación total ajustada a precios constantes, B_T^+, y a precios corrientes, $\widetilde{B}_T^+$, como la suma de los elementos de los vectores B^+ y $\widetilde{B}^+$, respectivamente, es decir:

$$B_T = \iota B \tag{VII.4.4}$$

$$\widetilde{B}_T = \iota \widetilde{B} \tag{VII.4.5}$$

$$B_T^+ = \iota B^+ \tag{VII.4.6}$$

$$\widetilde{B}_T^+ = \iota \widetilde{B}^+ \tag{VII.4.7}$$

VII.5. Exportación

El vector de exportación a precios constantes, A^*, se alimenta exógenamente en el modelo de cantidades. El mismo vector, a precios corrientes, $\widetilde{A}$, se obtiene multiplicando cada elemento del vector A^* por el elemento correspondiente del vector P_A, el que, alternativamente, se obtiene de la solución del modelo de precios (véase la ecuación III.11), P_A, o se alimenta exógenamente en el mismo, P_A^*, es decir:

$$\widetilde{A} = P_A' \;\; \text{o} \;\; A^* \tag{VII.5.1}$$

o

$$\widetilde{A} = P_A^* \;\; \text{o} \;\; A^* \tag{VII.5.2}$$

A continuación, dados Z_A y $\widetilde{Z}_A$, ajustamos estos vectores de la siguiente forma:

$$A^+ = A^* + \widetilde{Z}_A \tag{VII.5.3}$$

$$\widetilde{A}^+ = \widetilde{A} + \widetilde{Z}_A \tag{VII.5.4}$$

Finalmente podemos calcular la exportación total a precios constantes, A_T, y a precios corrientes, $\tilde{A}_T$, como la suma de los elementos de los vectores $A^{\bullet}$ y $\tilde{A}$, respectivamente, así como la exportación total ajustada a precios constantes, A_T^+, y a precios corrientes, $\tilde{A}_T^+$, como la suma de los elementos de los vectores A^+ y $\tilde{A}^+$, respectivamente, es decir:

$$A_T = \iota A \tag{VII.5.5}$$

$$\tilde{A}_T = \iota \tilde{A} \tag{VII.5.6}$$

$$A_T^+ = \iota A^+ \tag{VII.5.7}$$

$$\tilde{A}_T^+ = \iota \tilde{A}^+ \tag{VII.5.8}$$

VII.6. Variación de existencias domésticas

El vector de variación de existencias domésticas a precios constantes, $L_D^{\bullet}$, se alimenta exógenamente en el modelo de cantidades. El mismo vector, a precios corrientes, $\tilde{L}_D$, se obtiene multiplicando cada elemento del vector $L_D^{\bullet}$ por el elemento correspondiente del vector P, es decir:

$$\tilde{L}_D = P' \circ L_D^{\bullet} \tag{VII.6.1}$$

A continuación, dados Z_L y $\tilde{Z}_L$, ajustamos estos vectores de la siguiente forma:

$$L_D^+ = L_D + Z_L \tag{VII.6.2}$$

$$\tilde{L}_D^+ = \tilde{L}_D + \tilde{Z}_L \tag{VII.6.3}$$

Finalmente podemos calcular la variación de existencias domésticas total a precios constantes, L_T^D, y a precios corrientes, $\tilde{L}_T^D$, como la suma de los elementos de los vectores $L_D^{\bullet}$ y $\tilde{L}_D$, respectivamente, y la variación de existencias domésticas total ajustada a precios constantes, L_T^{D+}, y a precios corrientes, $\tilde{L}_T^{D+}$, como la suma de los elementos de los vectores L_D^+ y $\tilde{L}_D^+$, respectivamente, es decir:

$$L_T^D = \iota L_D^{\bullet} \tag{VII.6.4}$$

$$\tilde{L}_T^D = \iota \tilde{L}_D \tag{VII.6.5}$$

$$L_T^{D+} = \iota L_D^+ \tag{VII.6.6}$$

$$\tilde{L}_T^{D+} = \iota \tilde{L}_D^+ \tag{VII.6.7}$$

VII.7. Variación de existencias importadas

El vector de variación de existencias importadas a precios constantes, L_B^*, se alimenta exógenamente en el modelo de cantidades. El mismo vector, a precios corrientes, $\tilde{L}_B$, se obtiene multiplicando cada elemento del vector L_B^* por el elemento correspondiente del vector P_B^*, el que también se alimenta exógenamente en el modelo de precios, es decir:

$$\tilde{L}_B = P_B^* \text{ o } L_B^* \tag{VII.7.1}$$

Finalmente podemos calcular la variación de existencias importada total a precios constantes, L_T^B, y a precios corrientes, $\tilde{L}_T^B$, como la suma de los elementos de los vectores L_B^* y $\tilde{L}_B$, es decir:

$$L_T^B = \iota L_B^* \tag{VII.7.2}$$

$$\tilde{L}_T^B = \iota \tilde{L}_B \tag{VII.7.3}$$

VII.8. Variación de existencias total

La variación de existencias total a precios constantes, L_T, se obtiene como la suma de la variación de existencias de origen domésticas, L_T^D, y la de origen importada, L_T^B, a precios constantes, es decir:

$$L_T = L_T^D + L_T^B \tag{VII.8.1}$$

De manera semejante, para obtener la variación de existencias total a precios corrrientes, $\tilde{L}_T$, escribimos:

$$\tilde{L}_T = \tilde{L}_T^D + \tilde{L}_T^B \tag{VII.8.2}$$

Para determinar la variación de existencias total ajustada a precios constantes, L_T^+, y a precios corrientes, $\tilde{L}_T^+$, calculamos:

$$L_T^+ = L_T^{D^+} + L_T^B \tag{VII.8.3}$$

$$\tilde{L}_T^+ = \tilde{L}_T^{D^+} + \tilde{L}_T^B \tag{VII.8.4}$$

VII.9. Impuestos indirectos en el margen de comercio

El vector de las actividades de impuestos indirectos en el margen de comercio debe calcularse a precios constantes, U, y a precios corrientes, $\tilde{U}$. A precios constantes tenemos

$$U_U = \Lambda_{UC} C + \Lambda_{UJ} J^* \tag{VII.9.1}$$

$$U_{UP} = \Lambda_{UPC} C + \Lambda_{UPJ} J^* \tag{VII.9.2}$$

$$U_{UA} = \iota \Lambda_{UA} A^{*} \tag{VII.9.3}$$

$$U_{X} = \Lambda_{UX} X \tag{VII.9.4}$$

Para obtener el vector del monto, a precios constantes, de cada uno de los ocho impuestos en el margen de comercio, ordenamos estos vectores de la siguiente forma:

$$U = \begin{bmatrix} \dfrac{U_U}{U_{UP}} \\ \overline{U_{UA}} \\ \end{bmatrix} + U_X \tag{VII.9.5}$$

Para obtener el vector de los ocho impuestos en el margen de comercio, a precios corrientes, $\tilde{U}$, procedemos de la siguiente forma. En primer lugar, calculamos los siguientes elementos:

$$\tilde{U}_U = P_U^{*} \ \text{o} \ \left[\Lambda_{UC} C + \Lambda_{UJ} J^{*} \right] \tag{VII.9.6}$$

$$\tilde{U}_{UP} = P_{UP}^{*} \ \text{o} \ \left[\Lambda_{UPC} (P_C^{'} \ \text{o} \ C) + \Lambda_{UPJ} (P_J^{'} \ \text{o} \ J^{*}) \right] \tag{VII.9.7}$$

$$\tilde{U}_{UA} = P_{UA}^{*} \left[\Lambda_{UA} (P_A^{'} \ \text{o} \ A^{*}) \right] \tag{VII.9.8}$$

$$\tilde{U}_X = P_{UX}^{*} \ \text{o} \ \Lambda_{UX} X \tag{VII.9.9}$$

Finalmente, ordenamos los mismos de la siguiente forma:

$$\tilde{U} = \begin{bmatrix} \dfrac{\tilde{U}_U}{\tilde{U}_{UP}} \\ \overline{\tilde{U}_{UA}} \\ \end{bmatrix} + \tilde{U}_X \tag{VII.9.10}$$

Por último, podemos calcular los impuestos indirectos en el margen de comercio totales a precios constantes, U_T, y a precios corrientes, $\tilde{U}_T$, como la suma de los elementos de los vectores U y $\tilde{U}$, respectivamente, es decir:

$$U_T = \iota U \tag{VII.9.11}$$

$$\tilde{U}_T = \iota \tilde{U} \tag{VII.9.12}$$

VII.10. Excedentes de explotación en las actividades de exportación

Si una actividad de exportación tiene su precio determinado exógenamente, $P_{A_i}^{*}$, entonces, el índice del excedente de explotación de la misma, P_{RA_i}, será distinto de cero (positivo o negativo), de acuerdo con la ecuación (III.12). Consecuentemente, es posible calcular para cada nivel de la actividad de exportación, el excedente de exportación correspondiente a precios corrientes, $\tilde{E}_A$, es decir:

$$\tilde{E}_A = P'_{RA} \circ A^* \tag{VII.10.1}$$

Posteriormente, deberemos adicionar este excedente al excedente de explotación de la actividad de producción correspondiente.

VII.11. Cedis (subsidios a la exportación)

El vector de los cedis a precios constantes es:

$$TA = (\Lambda_{TA} A^*)' \tag{VII.11.1}$$

mientras que a precios corrientes es:

$$\tilde{T}\tilde{A} = P_{TA} \circ TA \tag{VII.11.2}$$

Ahora podemos obtener el monto total de los cedis a precios constantes, TA_T, y a precios corrientes, $\tilde{T}\tilde{A}_T$, mediante la suma de los elementos de los vectores anteriores, es decir:

$$TA_T = TA\iota \tag{VII.11.3}$$

$$\tilde{T}\tilde{A}_T = \tilde{T}\tilde{A}\iota \tag{VII.11.4}$$

VII.12. Valor bruto de la producción

El vector de valor bruto de la producción a precios constantes, X, se obtiene de la solución del modelo de cantidades (véase la ecuación V.3). El mismo concepto, pero a precios corrientes, $\tilde{X}$, se determina multiplicando el anterior por el vector de índices de precios de producción, P, y sumando al resultado el excedente de explotación de las actividades de exportación, es decir:

$$\tilde{X} = P' \circ X + \tilde{E}_A \tag{VII.12.1}$$

Observemos que para el año base se cumple que X es igual que $\tilde{X}$, puesto que todos los índices de precios son iguales a la unidad y, por esta misma razón, el excedente de explotación de las actividades de exportación es cero.

Sin embargo, esta definición del valor bruto de la producción no coincide con la definición del SCNM, puesto que no incluye dos conceptos adicionales: el valor de los cedis y los impuestos sobre el margen de comercio. El primero de ellos se sustrajo del valor bruto de la producción de cada rama, de acuerdo con esa definición, de tal forma que para que nuestra información sea consistente con la de esta última, es necesario volver a su lugar de origen este concepto, es decir, sumarlo al valor de producción obtenido más arriba, tanto a precios constantes como a precios corrientes. El segundo se refiere al que inicialmente sustrajimos del valor bruto de la producción de la actividad de producción "Comercio", que en nuestro sistema de cuentas ocupa la novena posición en el vector de producción, X, es decir, los impuestos recaudados por esta actividad, que en realidad gravan otras actividades económicas. Por lo tanto, debemos ahora regresar a su lugar estos impuestos, tanto a precios constantes como a precios corrientes, con el propósito de que nuestras cifras sean consistentes con las de las cuentas nacionales. Entonces:

$$X^{*} = X + U_T^{i=9} + TA' \tag{VII.12.2}$$

$$\tilde{X}^{*} = \tilde{X} + \tilde{U}_T^{i=9} + \tilde{T}\tilde{A}' \tag{VII.12.3}$$

donde el supraíndice $i = 9$ indica que esos conceptos se adicionan al noveno elemento de los vectores correspondientes. Finalmente, podemos calcular el valor bruto de la producción total, tanto a precios constantes como a precios corrientes, como la suma de los elementos de ambos vectores, respectivamente, es decir:

$$X_T^{*} = \iota X^{*} \tag{VII.12.4}$$

$$\tilde{X}_T^{*} = \iota \tilde{X}^{*} \tag{VII.12.5}$$

VII.13. Valor agregado

Para obtener el valor agregado a precios constantes, VA, al producto bruto a precios constantes, E, que se obtiene de la solución del modelo de cantidades (véase la ecuación V.7), es necesario adicionarle el valor de los cedis, a precios constantes, TA, y los impuestos sobre el margen de comercio, es decir:

$$VA = E + U_T^{i=9} + TA \tag{VII.13.1}$$

El valor agregado a precios corrientes, $\tilde{V}\tilde{A}$, es igual a:

$$\tilde{V}\tilde{A} = P_E \text{ o } E + \tilde{E}'_A + \tilde{U}_T^{i=9} + \tilde{T}\tilde{A} \tag{VII.13.2}$$

Finalmente podemos calcular el valor agregado total a precios constantes y corrientes, como la suma de los elementos de los vectores correspondientes, es decir:

$$VA_T = VA\iota \tag{VII.13.3}$$

$$\tilde{V}\tilde{A}_T = \tilde{V}\tilde{A}\iota \tag{VII.13.4}$$

VII.14. Consumo del gobierno

El vector de consumo de gobierno, G^{*}, se alimenta exógenamente en el modelo de cantidades. El mismo vector, a precios corrientes, $\tilde{G}$, se calcula multiplicando cada elemento del vector G^{*} por el elemento correspondiente del vector P_G, el que se obtiene de la solución del modelo de precios (véase la ecuación III.9), es decir:

$$\tilde{G} = P_C^{'} \circ G^{*} \quad \text{(VII.14.1)}$$

Observemos que el vector P_C se presenta traspuesto, ya que en el modelo de precios está definido como un vector fila. Además, podemos calcular el consumo del gobierno total a precios constantes, G_T, y a precios corrientes, $\tilde{G}_T$, como la suma de los elementos del vector G^{*} y $\tilde{G}$, respectivamente, es decir:

$$G_T = \iota G^{*} \quad \text{(VII.14.2)}$$

$$\tilde{G}_T = \iota \tilde{G} \quad \text{(VII.14.3)}$$

VII.15. Remuneración de asalariados

El vector de índices del costo de cada unidad de remuneración de asalariados, P_W, se determina en el modelo de precios, ya sea en forma endógena (véase la ecuación III.2) o exógena. Por otra parte, el vector de producción, X, también se obtiene endógena o exógenamente, en el modelo de cantidades. Con base en ambos vectores y en la matriz de coeficientes de remuneración de asalariados por unidad de producción, Λ_W, podemos determinar el vector de remuneración de asalariados a precios constantes, W, y a precios corrientes, $\tilde{W}$, conforme a los siguientes cálculos:

$$W = (\Lambda_W X)' \quad \text{(VII.15.1)}$$

$$\tilde{W} = P_W \circ W \quad \text{(VII.15.2)}$$

Consecuentemente, la remuneración de asalariados total a precios constantes, W_T, y a precios corrientes, $\tilde{W}_T$, se determinan mediante la suma de los elementos de los vectores W y $\tilde{W}$, respectivamente, es decir:

$$W_T = \iota W \quad \text{(VII.15.3)}$$

$$\tilde{W}_T = \iota \tilde{W} \quad \text{(VII.15.4)}$$

VII.16. Excedente de explotación

De manera semejante podemos determinar el vector de excedente de explotación a precios constantes, RD, y a precios corrientes, $\tilde{R}\tilde{D}$, mediante los siguientes cálculos:

$$RD = (\Lambda_{RD} X)' \quad \text{(VII.16.1)}$$

$$\tilde{R}\tilde{D} = (P_{RD} \circ RD) + \tilde{E}_A^{'} \quad \text{(VII.16.2)}$$

En este caso, además del excedente de explotación de las actividades de producción, debemos considerar el excedente generado por las actividades de exportación, $\tilde{E}_A$. Consecuentemente, el excedente de explotación total a precios constantes, RD_T, y a precios corrientes, $\tilde{R}\tilde{D}_T$, se determina mediante la suma de los elementos de los vectores RD y $\tilde{R}\tilde{D}$, respectivamente, es decir:

$$RD_T = RD\iota \qquad \text{(VII.16.3)}$$

$$\tilde{R}\tilde{D}_T = \tilde{R}\tilde{D}\iota \qquad \text{(VII.16.4)}$$

VII.17. Impuestos indirectos sobre la producción

El vector de las actividades de impuestos indirectos debe calcularse a precios constantes, H, y a precios corrientes, $\tilde{H}$. A precios constantes, tenemos:

$$H_H = \Lambda_H X \qquad \text{(VII.17.1)}$$

$$H_{HP} = \Lambda_{HP} X \qquad \text{(VII.17.2)}$$

$$H = \begin{bmatrix} H_H \\ \hline H_{HP} \\ \hline TA_T \\ \\ \end{bmatrix} \qquad \text{(VII.17.3)}$$

A precios corrientes, escribimos:

$$\tilde{H}_H = P'_H \text{ o } H \qquad \text{(VII.17.4)}$$

$$\tilde{H}_{HP} = P'_{HP} \text{ o } \Lambda_{HP} (P' \text{ o } X) \qquad \text{(VII.17.5)}$$

$$\tilde{H} = \begin{bmatrix} \tilde{H}_H \\ \hline \tilde{H}_{HP} \\ \hline \tilde{T}\tilde{A}_T \\ \\ \end{bmatrix} \qquad \text{(VII.17.6)}$$

Finalmente podemos calcular los impuestos indirectos totales a precios constantes, H_T, y a precios corrientes, $\tilde{H}_T$, como la suma de los elementos de los vectores H y $\tilde{H}$, respectivamente, es decir:

$$H_T = \iota H \qquad \text{(VII.17.7)}$$

$$\tilde{H}_T = \iota \tilde{H} \qquad \text{(VII.17.8)}$$

VII.18. Impuestos directos

Los impuestos directos están integrados, en nuestro Modelo, exclusivamente por la recaudación del impuesto a la renta, cuyo monto podemos calcular de acuerdo con la siguiente expresión:

$$TDIR = t_w^{\cdot} \tilde{W}_T + T_W^{\cdot} + t_R^{\cdot} \hat{\theta} \tilde{R}\tilde{D} + T_R^{\cdot} \qquad \text{(VII.18.1)}$$

ANEXO A

DEFINICIÓN DE LAS ACTIVIDADES DEL SISTEMA DE CUENTAS

$X = \{X_j\}$ $j = 1, \ldots, 14$: es un vector de los niveles de las actividades de producción de bienes y servicios (valor bruto de la producción), a precios de productor. Se definen 14 actividades, de las cuales 11 son agregaciones[1] de las 72 ramas consideradas en el sistema de cuentas nacionales de México (SCN) y tres son actividades de producción del gobierno. Las primeras incluyen las actividades de producción de bienes y servicios realizadas por el sector privado y las empresas paraestatales; las tres restantes corresponden a las actividades de producción del gobierno, desagregadas en tres tipos: administración pública, servicios de educación y servicios médicos.

$C = \{C_j\}$ $j = 1, \ldots, 10$: es un vector de los niveles de las actividades de consumo privado por objeto del gasto, a precios de productor. Se definen 10 actividades, de las cuales 9 corresponden a agregaciones de los 39 objetos del gasto considerados en la Submatriz de Consumo Privado del SCN (véase DGE, 1970); la última actividad de consumo corresponde a las compras de los residentes realizadas en el exterior.

$G = \{G_j\}$ $j = 1, \ldots, 3$: es un vector de los niveles de las actividades de consumo de gobierno, a precios de productor. Se definen tres actividades de consumo del gobierno, iguales a las que se definieron para las actividades de producción del gobierno: administración pública, servicios de educación y servicios médicos. Los niveles de estas actividades de consumo corresponden a los valores de la producción de las últimas tres actividades de producción. Por ejemplo, el valor del consumo que en nombre de la comunidad realiza el gobierno en administración pública, es exactamente igual al valor de la producción de la actividad "gobierno-administración pública".

$J = \{J_j\}$ $j = 1, 2$: es un vector de los niveles de las actividades de formación bruta de capital fijo, a precios de productor. Se definen dos actividades de formación bruta de capital fijo: maquinaria y equipo, y construcción.

$A = \{A_j\}$ $j = 1, \ldots, 14$: es un vector de los niveles de las actividades de exportación, a precios de productor. Se definen 14 actividades de exportación, una para cada actividad de producción.

$B = \{B_j\}$ $j = 1, \ldots, 14$: es un vector de los niveles de las actividades de importación de bienes, a valor CIF. Se definen 14 actividades de importación, es decir, 14 actividades de producción de origen de los bienes y servicios importados. Estas actividades son las mismas que se definen para las actividades de producción.

[1] Véase Anexo C. Agregación de actividades.

L_T: es un escalar del nivel total de la actividad de variación de existencias, a precios de productor.

$U = \{U_j\}$ $j = 1, \ldots, 8$: es un vector de los niveles de las actividades de los 8 impuestos indirectos en el margen de comercio, de los cuales 4 son impuestos al valor y 4 son impuestos al volumen. Cada elemento de U contiene un tipo de impuesto indirecto pagado por la actividad de producción "Comercio", pero cuya incidencia efectiva recae sobre los insumos de las actividades de producción o sobre algún componente de la demanda final. Por lo tanto, es necesario reasignar estos impuestos, distribuyéndolos entre las actividades de producción y de demanda final, según corresponda en cada caso. Así, por ejemplo, el impuesto a la importación pagado por la actividad de producción "Comercio" se distribuye proporcionalmente entre todas las actividades de producción, de consumo y de inversión, conforme a la importación realizada por cada uno de estos rubros.

$H = \{H_j\}$ $j = 1, \ldots, 12$: es un vector de los niveles de las actividades de los 12 impuestos indirectos sobre la producción. De estos impuestos, 5 son al volumen y 7 son al valor.

W_T: es un escalar del nivel de la remuneración de asalariados total.

RD_T: es un escalar del nivel del excedente de explotación total.

E_T: es un escalar del nivel del producto bruto, es decir, la suma de W_T, RD_T y los impuestos indirectos, al valor y al volumen, sobre las actividades de producción, es decir, $(\iota V_H + \iota V_{HP})\iota$.

ANEXO B

MATRICES DE FLUJOS DEL SISTEMA DE CUENTAS

DIMENSIÓN

(14,14) $V_X = \{V_{ij}^X\}$: es una matriz de insumos intermedios de origen doméstico, donde el elemento V_{ij}^X es la cantidad de la actividad de producción *i* utilizada por la actividad de producción *j*, es decir, es la cantidad efectivamente utilizada por la actividad de producción *j* de bienes y servicios procedentes de la actividad de producción *i*.

(14,10) $V_C = \{V_{ij}^C\}$: es una matriz de consumo privado, donde el elemento V_{ij}^C es la cantidad de la actividad de producción *i* consumida en el objeto del gasto *j*. Es decir, las filas indican las actividades de producción de origen (domésticas) de los bienes y servicios y las columnas indican los objetos del gasto en consumo privado por los residentes y no residentes.

(14,3) $V_G = \{V_{ij}^G\}$: es una matriz de consumo del gobierno, donde el elemento V_{ij}^G es la cantidad de la actividad de producción *i* cuyo destino es el consumo de gobierno *j*. Se considera consumo del gobierno el valor de la producción de las tres actividades de producción del gobierno, que a su vez está determinado por la suma de las compras intermedias más los componentes del valor agregado de cada actividad. Por lo tanto, todos los elementos de la matriz V_G son iguales a cero, excepto en las intersecciones de cada una de las tres filas de las actividades de producción del gobierno con las columnas de consumo del gobierno correspondientes.

(14,2) $V_I = \{V_{ij}^I\}$: es una matriz de formación bruta de capital fijo (público y privado), donde el elemento V_{ij}^I es la cantidad de la actividad de producción *i*, cuyo destino es la actividad de formación bruta de capital fijo *j*; es decir, las filas indican las actividades de producción de origen (domésticas) de los bienes y servicios que se utilizan en las actividades de formación de capital, mientras que las columnas definen las actividades de formación bruta de capital fijo.

(14,1) $\dot{L}_D = \{\dot{L}_j^D\}$: es un vector de variación de existencias, donde el elemento $\dot{L}_j^D$ es la cantidad de la actividad de producción *j*, cuyo destino es la actividad de variación de existencias. Es decir, las filas indican las actividades de producción de origen (domésticas) de los bienes que se utilizan en la actividad de variación de existencias.

(14,14) $V_A = \{V_{ij}^A\}$: es una matriz de exportación donde el elemento V_{ij}^A es la cantidad de la actividad de producción *i*, cuyo destino final es la actividad de exportación *j*. Se definen 14 actividades de exportación, las que se valúan a precios de productor; por lo tanto, se deducen los Cedis (Certificados de Devolución de Impuestos), ya que éstos son subsidios sobre los insumos.

(14,14) $V_{BX} = \{V_{ij}^{BX}\}$: es una matriz de importación de insumos, donde el elemento V_{ij}^{BX} es la cantidad importada por la actividad de importación *i* utilizada como insumo en la actividad de producción *j*; es decir, es la cantidad efectivamente utilizada por la actividad de producción *j* de bienes y servicios procedentes de la actividad de importación *i*.

(14,10) $V_{BC} = \{V_{ij}^{BC}\}$: es una matriz de importación de consumo, donde el elemento V_{ij}^{BC} es la cantidad importada por la actividad de importación *i* consumida en el objeto del gasto *j*. Es decir, las filas indican las actividades de importación de origen de los bienes y servicios (importados) y las columnas señalan los objetos del gasto del consumo privado de destino, realizado por los residentes y los no residentes.

(14,2) $V_{BI} = \{V_{ij}^{BI}\}$: es una matriz de importación de formación bruta de capital fijo, donde el elemento V_{ij}^{BI} es la cantidad importada por la actividad de importación *i*, cuyo destino es la actividad de formación bruta de capital fijo *j*. Es decir, las filas indican las actividades de importación de origen de los bienes y servicios (importados) y las columnas señalan las actividades de formación bruta de capital fijo de destino.

(14,1) $L_B^{*} = \{L_j^{*B}\}$: es un vector de importación de variación de existencias, donde el elemento L_j^{*B} es la cantidad importada por la actividad de importación *j*, cuyo destino es la actividad de variación de existencias. Es decir, las filas indican las actividades de importación de origen de los bienes (importados) cuyo destino es la variación de existencias.

(7,14) $V_{UX} = \{V_{ij}^{UX}\}$: es una matriz de impuestos indirectos en el margen de comercio de los insumos, donde el elemento V_{ij}^{UX} es la cantidad del impuesto indirecto *i* en el margen de comercio de los insumos de la actividad de producción *j*.

(4,10) $V_{UC} = \{V_{ij}^{UC}\}$: es una matriz de impuestos indirectos (al volumen) sobre las actividades de consumo privado, donde el elemento V_{ij}^{UC} es la cantidad del impuesto indirecto *i* (al volumen) en el margen de comercio correspondiente al objeto del gasto *j*.

(3,10) $V_{UPC} = \{V_{ij}^{UPC}\}$: es una matriz de impuestos indirectos (al valor) sobre las actividades de consumo privado, donde el elemento V_{ij}^{UPC} es la cantidad del impuesto indirecto *i* (al valor) en el margen de comercio correspondiente al objeto del gasto *j*.

(4,2) $V_{UI} = \{V_{ij}^{UI}\}$: es una matriz de impuestos indirectos (al volumen) sobre las actividades de formación de capital, donde el elemento V_{ij}^{UI} es la cantidad del impuesto indirecto *i* (al volumen) en el margen de comercio correspondiente al gasto en la actividad de formación bruta de capital fijo *j*.

(3,2) $V_{UPI} = \{V_{ii}^{UPI}\}$: es una matriz de impuestos indirectos (al valor) sobre las actividades de formación bruta de capital fijo, donde el elemento V_{ij}^{UPI} es la cantidad del impuesto indirecto i (al valor) en el margen de comercio correspondiente al gasto en la actividad de formación bruta de capital fijo j.

(14,14) $V_{UA} = \{V_{ij}^{UA}\}$: es una matriz diagonal de impuestos sobre las actividades de exportación, donde el elemento V_{ii}^{UA} es la cantidad del impuesto a la exportación correspondiente a la actividad de exportación i.

(4,14) $V_H = \{V_{ij}^{H}\}$: es una matriz de impuestos indirectos (al volumen) sobre las actividades de producción, donde el elemento V_{ij}^{H} es la cantidad del impuesto indirecto (al volumen) i correspondiente a la actividad de producción j.

(4,14) $V_{HP} = \{V_{ij}^{HP}\}$: es una matriz de impuestos indirectos (al valor) sobre las actividades de producción, donde el elemento V_{ij}^{HP} es la cantidad del impuesto indirecto (al valor) i correspondiente a la actividad de producción j.

(14,14) $T_A = \{T_{ij}^{A}\}$: es una matriz diagonal de Cedis, donde el elemento T_{ii}^{A} es la cantidad de Cedis correspondiente a la actividad de exportación i.

(1,14) $W = \{W_j\}$: es un vector de remuneración de asalariados, donde el elemento W_j es la cantidad de remuneración de asalariados correspondiente a la actividad de producción j.

(1,14) $RD = \{RD_j\}$: es un vector de excedente de explotación, donde el elemento RD_j es la cantidad de excedente de explotación correspondiente a la actividad de producción j.

(1,14) $E = \{E_j\}$: es un vector de producto bruto, donde el elemento E_j es la cantidad de producto bruto correspondiente a la actividad de producción j. Se determina como la suma de W, RD y los impuestos indirectos sobre la producción (al valor y al volumen), V_H y V_{HP}. Observemos, por lo tanto, que este concepto no figura explícitamente en el cuadro del sistema de cuentas del Modelo.

ANEXO C

AGREGACIÓN DE ACTIVIDADES

C.1. *Actividades de producción*

Actividades del Modelo		*Actividades del* SCN	
Código	*Actividad*	*Núm.*	*Actividad*
X101	Agropecuario y silvicultura	1	Agricultura
		2	Ganadería
		3	Silvicultura
		4	Caza y pesca
X102	Minería	5	Carbón y derivados
		7	Mineral de hierro
		8	Minerales metálicos no ferrosos
		9	Canteras, arena, grava y arcilla
		10	Otros minerales no metálicos
X103	Petróleo y petroquímica	6	Explotación de petróleos y gas
		33	Refinación de petróleo
		34	Petroquímica básica
X104	Bienes socialmente necesarios	11	Productos cárnicos y lácteos
		12	Envasado de frutas y legumbres
		13	Molienda de trigo y sus productos
		14	Molienda de nixtamal y productos de maíz
		15	Procesamiento de café
		16	Azúcar y subproductos
		17	Aceites y grasas vegetales comestibles
		18	Alimentos para animales
		19	Otros productos alimenticios
		20	Bebidas alcohólicas
		21	Cerveza

C.1 *(continúa)*

Actividades del Modelo		*Actividades del* SCN	
Código	*Actividad*	*Núm.*	*Actividad*
		22	Refrescos embotellados
		23	Tabaco y sus productos
		24	Hilados y tejidos de fibras blandas
		25	Hilados y tejidos de fibras duras
		26	Otras industrias textiles
		27	Prendas de vestir
		28	Cuero y sus productos
		31	Papel y cartón
		32	Imprentas y editoriales
		38	Productos medicinales
		39	Jabones, detergentes, perfumes y cosméticos
		59	Otras industrias manufactureras
X105	Manufacturas químicas	35	Química básica
		36	Abonos y fertilizantes
		37	Resinas sintéticas, plásticos y fibras artificiales
		40	Otras industrias químicas
		41	Productos de hule
		42	Artículos de plástico
X106	Construcción e insumos	29	Aserraderos, incluso triplay
		30	Otras industrias de la madera
		43	Vidrio y sus productos
		44	Cemento
		45	Otros productos de minerales no metálicos
		60	Construcción e instalaciones
X107	Bienes durables y de capital	46	Industrias básicas del hierro y el acero
		47	Industria básica de metales no ferrosos
		48	Muebles y accesorios metálicos
		49	Productos metálicos estructurales
		50	Otros productos metálicos
		51	Maquinaria y equipos no eléctricos
		52	Maquinaria y aparatos electrónicos
		53	Aparatos electrodomésticos
		54	Equipo y accesorios electrónicos

C.1 *(concluye)*

Actividades del Modelo		*Actividades del SCN*	
Código	*Actividad*	*Núm.*	*Actividad*
		55	Otros equipos y aparatos eléctricos
		56	Vehículos automóviles
		57	Carrocerías y partes automotrices
		58	Otros equipos y material de transporte
X108	Electricidad	61	Electricidad
X109	Comercio	62	Comercio
X110	Comunicación y transporte	64	Transporte
		65	Comunicaciones
X111	Otros servicios	63	Restaurantes y hoteles
		66	Servicios financieros
		67	Alquiler de inmuebles
		68	Servicios profesionales
		69	Servicios de educación[1]
		70	Servicios médicos[1]
		71	Servicios de esparcimiento
		72	Otros servicios
X112	Gobierno-administración pública	73	Administración pública y defensa[2]
X113	Gobierno-servicios de educación	69	Servicios de educación[3]
X114	Gobierno-servicios médicos	70	Servicios médicos[4]

[1] Las ramas 69 y 70 del Sistema de Cuentas Nacionales (SCN) incluyen los servicios de educación y los servicios médicos, públicos y privados. Con base en la información contenida en la "Submatriz del Gasto de Consumo del Gobierno General" y en la "Submatriz de Servicios Médicos y Educativos", se desagregaron las columnas y filas 69 y 70 en sus componentes privado y público. El primero se mantiene en las posiciones 69 y 70, agregándose en la actividad X111 "Otros servicios"; el segundo se asigna a las actividades X113 "Gobierno-servicios de educación" y X114 "Gobierno-servicios médicos".

[2] En el Sistema de Cuentas Nacionales (SCN) la actividad "Administración pública y defensa" forma parte del componente de demanda final "Consumo del gobierno". El sistema de cuentas del Modelo incluye, como una actividad de producción más, la X112 "Gobierno administración pública", cuyos insumos y valor agregado son los que aparecen en la columna "Consumo del gobierno" de la Matriz de Insumo Producto del Sistema de Cuentas Nacionales (SCN).

[3] Incluye la parte correspondiente a los servicios de educación pública, de acuerdo con la nota 1.

[4] Incluye la parte correspondiente a los servicios médicos públicos, de acuerdo con la nota 1.

C.2. *Actividades de impuestos indirectos*

	Actividades del Modelo		*Actividades del SCN*
HP1	Otros impuestos sobre explotación	1	Explotación forestal (II.1)
		2	Minería (II.2)
		5	Otras
HP2	Impuestos sobre petróleo y gas (consumo)	3	Petróleo: crudo, derivados, gas, para consumo interno (II.3A)
		4	Petróleo: crudo, derivados, gas, para exportación (II.3B)
HP3	Impuestos sobre energía eléctrica	20	Energía eléctrica: producción e introducción (III.13A)
		21	Energía eléctrica: consumo (III.13B)
HP4	Impuestos indirectos sobre productos al valor	24	Gasolina y otros productos ligeros del petróleo (III.17B)
		32	Teléfonos (III.23)
		9	Aguardiente: producción y faltante en la producción (III.3E)
		8	Bebidas alcohólicas: precios de venta (III.3C)
		11	Bebidas alcohólicas: otras
		12	Algodón: consumo (III.4A)
		13	Algodón: despepite (III.4B)
		16	Automóviles y camiones: tenencia (III.7B)
		17	Cemento en todas sus variedades y compuestos (III.10)
		19	Cerveza: consumo (III.12B)
		22	Llantas y cámaras de hule (III.16)
		23	Petróleo, derivados y gas (III.17A)
		25	Grasas y lubricantes (III.17C)
		26	Petroquímica (III.17D)
		28	10% sobre entradas brutas, ferrocarriles y empresas anexas (III.20)
		29	Portes y pasajes aéreos (III.21A)
		30	Portes y pasajes marítimos (III.21B)
		31	Portes y pasajes terrestres (III.21C)
		34	Otros
		47	Adquisición de inmuebles
HP5	Impuestos sobre ingresos mercantiles	35	Impuesto federal sobre ingresos mercantiles (IV)
		46	Impuesto al valor agregado

C.2 *(concluye)*

	Actividades del Modelo		*Actividades del SCN*
HP6	Impuestos a la exportación	40	Impuestos sobre la exportación (X)
HP7	Otros impuestos al valor	27	Tabacos labrados (III.18)
		41	Impuestos sobre las erogaciones al trabajo personal prestado bajo la dirección y dependencia de un patrón (XII)
HP8	Impuesto al azúcar y electrónicos	7	Azúcar compra-venta y remanente de precios de venta (III.3A)
		14	Artículos electrónicos (III.5)
H9	Impuestos sobre producto al volumen	10	Envasamiento de bebidas alcohólicas (III.3F)
		6	Aguas envasadas y refrescos, compraventa (III.2)
		18	Cerveza: producción (III.12A)
		36	Impuesto del timbre (V)
		37	Impuestos sobre primas recibidos por instituciones de seguros (VII)
		38	Impuestos para campañas sanitarias (VIII)
		43	Inspección, vigilancia y verificación
		44	Reintegros y multas
		45	Otros
H10	Impuestos sobre derechos aduanales	42	Derechos aduanales, marítimos y portuarios
H11	Otros impuestos al volumen	15	Automóviles y camiones ensamblados (III.7A)
		39	Impuestos sobre la importación (IX)
H12	Impuestos de entidades gubernamentales	48	Departamento del Distrito Federal
		49	Gobiernos estatales
		50	Gobiernos municipales
H13	Subsidios	51	Subsidios
H14	Impuestos sobre ingresos mercantiles a los insumos	35	Impuestos sobre ingresos mercantiles pagados por el sector comercio
HP15	Certificados de devolución de impuestos (cedis)	33	Devolución de impuestos mediante cedis (III.26)

C.3. *Actividades de consumo privado*

Actividades del Modelo		Actividades del SCN	
Código	*Actividad*	*Núm.*	*Actividad*
C301	Alimentos	1	Pan y cereales
		2	Carne
		3	Pescado
		4	Leche, queso y huevos
		5	Aceites y grasas
		6	Frutas y verduras
		7	Papa, yuca y otros tubérculos
		8	Azúcar
		9	Café y cacao
		10	Otros alimentos
C302	Bebidas y tabaco	11	Bebidas no alcohólicas
		12	Bebidas alcohólicas
		13	Tabaco
C303	Vestuario y calzado	14	Prendas de vestir
		15	Calzado y reparación
C304	Alquileres y otros	16	Alquileres brutos
		17	Combustible y alumbrado
C305	Muebles y otros	18	Muebles y otros
		19	Tejidos para el hogar y otros
		20	Aparatos domésticos
		21	Cristalería y utensilios domésticos
		22	Mantenimiento del hogar
		23	Servicios domésticos
C306	Gastos médicos	24	Productos medicinales y farmacéuticos
		25	Aparatos y equipo terapéutico
		26	Servicios médicos
C307	Transportes y comunicaciones	27	Equipo de transporte personal
		28	Utilización de equipo de transporte personal
		29	Compras de servicios de transporte
		30	Comunicaciones

C.3 *(concluye)*

Actividades del Modelo		*Actividades del* SCN	
Código	*Actividad*	*Núm.*	*Actividad*
C308	Diversiones y educación	31	Equipo y accesorios
		32	Servicios de esparcimiento
		33	Libros, periódicos y revistas
		34	Enseñanza
C309	Otros	35	Cuidados y efectos personales
		36	Otros artículos
		37	Gastos en restaurantes, cafés y hoteles
		38	Servicios financieros
		39	Otros servicios
C310	Consumo de los residentes en el exterior	40	Consumo de los residentes en el exterior

ANEXO D

DEFINICIÓN DE LAS VARIABLES DEL MODELO DE PRECIOS

1. $P=\left\{P_j\right\}$ $j=1,\ldots,14$: es un vector de índices de precios de las actividades de producción, donde el elemento P_j mide el cambio en el precio de la actividad de producción j, respecto al año base. El índice de precios de una actividad de producción puede determinarse endógena o exógenamente. En el primer caso, el índice de precios de la actividad es igual a la suma de los índices de los diferentes componentes del costo (insumos intermedios, impuestos indirectos, remuneración de asalariados y excedente de explotación), ponderados por la participación de cada uno de ellos en el costo unitario. En el segundo caso, algún otro índice debe determinarse endógenamente (es decir, por diferencia), de tal forma que la suma de los índices de los componentes del costo se iguale al índice de precio exógeno.

2. $P_B^*=\left\{P_{B_j^*}\right\}$ $j=1,\ldots,14$: es un vector de índices de precios de las actividades de importación, donde el elemento $P_{B_j^*}$ mide el cambio en el precio de la actividad de importación j con respecto al año base. En el Modelo, todos los índices de precios de las actividades de importación son exógenos. Esto significa que el precio de los bienes importados se determina en el mercado internacional, donde México es tomador de precio, es decir, no influye en su formación.

3. $P_{UX}^*=\left\{P_{UX_j^*}\right\}$ $j=1,\ldots,7$: es un vector de índices de los impuestos en el margen de comercio de los insumos, donde el elemento $P_{UX_j^*}$ mide el cambio del impuesto j respecto al año base. Con el propósito de simplificar el sistema de ecuaciones, se supone que estos impuestos son todos al volumen. Los índices que integran este vector se determinan exógenamente, mediante el cociente entre la *cuota* (cantidad) del impuesto respectivo para el año corriente entre la del año base.

4. $P_W=\left\{P_{W_j}\right\}$ $j=1,\ldots,14$: es un vector donde el elemento j-ésimo es el índice del costo de cada unidad de remuneración de asalariados utilizada en la actividad de producción j. A su vez, este índice es igual al cociente entre dos índices: un índice de la remuneración de asalariados por unidad de trabajo empleado en la actividad de producción j, que mide el cambio en el costo del salario por unidad de trabajo en la actividad j respecto al año base, y un índice de la productividad, que mide el cambio en la producción por trabajador en la actividad j, respecto al año base. El resultado es una medida del cambio en el costo de cada unidad de salario contenida en la actividad de producción j, respecto al año base.

5. $w=\left\{w_j\right\}$ $j=1,\ldots,14$: es un vector de índices de la remuneración de asalariados por unidad de trabajo para cada actividad de producción. Estos índices se calculan dividiendo la relación remuneración de asalariados/empleo de cada año entre esta misma relación para el año base, en cada una de las actividades de producción.

6. $q = \left\{q_j\right\}$ $j = 1, \ldots, 14$: es un vector de índices de productividad del trabajo para cada actividad de producción. Estos índices se calculan dividiendo la relación producción bruta a precios constantes/empleo de cada año, entre esta misma relación para el año base, en cada una de las actividades de producción.

7. $P_{RD} = \left\{P_{RD_j}\right\}$ $j = 1, \ldots, 14$: es un vector de índices del excedente de explotación para cada actividad de producción. Estos índices se determinan dividiendo la relación excedente de explotación/producción bruta a precios constantes de cada año, entre la misma proporción para el año base, en cada una de las actividades de producción.

8. $P_H^* = \left\{P_{H_j^*}\right\}$ $j = 1, \ldots, 4$: es un vector de índices de los impuestos indirectos (al volumen) sobre las actividades de producción. Estos índices se determinan de la misma forma que los del vector P_{UX}^*; el método se basa en construir los índices a partir de la *cuota* (cantidad) del impuesto por unidad de producción, para cada tipo de impuesto.

9. $P_{HP}^* = \left\{P_{HP_j^*}\right\}$ $j = 1, \ldots, 7$: es un vector de índices de los impuestos indirectos (al valor) sobre las actividades de producción. Cada índice de este vector se determina dividiendo para cada año la *tasa* (porcentaje) del impuesto correspondiente, entre la *tasa* (porcentaje) del año base.

10. $P_E = \left\{P_{E_j}\right\}$ $j = 1, \ldots, 14$: es un vector donde el elemento j-ésimo es el índice de cada unidad de producto bruto contenido en la actividad de producción j, respecto al año base. Este índice se calcula en forma endógena, mediante la diferencia entre el índice de precios de la actividad de producción correspondiente y los índices de los insumos intermedios (domésticos e importados) y de los impuestos en el margen de comercio de los insumos, ponderados por la participación de cada uno de ellos en los costos de producción unitarios.

11. $P_C = \left\{P_{C_j}\right\}$ $1, \ldots, 10$: es un vector de índices de precios de las actividades de consumo, donde el elemento P_{C_j} mide el cambio en el precio de la actividad de consumo j respecto al año base. El elemento P_{C_j} es la suma de los índices de precios de las actividades de producción e importación que intervienen como insumos de la actividad de consumo j, ponderados por las cantidades de insumos domésticos e importados por unidad consumida del objeto j, más los índices de los impuestos indirectos, al volumen y al valor, ponderados por las cantidades de impuestos indirectos, al volumen y al valor, por unidad de consumo del objeto j.

12. $P_I = \left\{P_{I_j}\right\}$ $j = 1, 2$: es un vector de índices de precios de las actividades de formación bruta de capital fijo, donde el elemento j-ésimo mide el cambio en el precio de la actividad de formación bruta de capital fijo j respecto al año base. El elemento j-ésimo es la suma de los índices de precios de las actividades de producción e importación que intervienen como insumos de la actividad de formación bruta de capital fijo j, ponderados por las cantidades utilizadas de esas actividades de producción e importación por unidad invertida en la actividad de formación bruta de capital fijo j, más los índices de los impuestos indirectos, al valor y al volumen, ponderados por las cantidades de impuestos indirectos por unidad de formación bruta de capital fijo j.

13. $P_G = \left\{P_{G_j}\right\}$ $j = 1, \ldots, 3$: es un vector de índices de precios de las actividades de consumo del gobierno, donde el elemento j-ésimo mide el cambio en el precio de la actividad de consumo del gobierno j respecto al año base. Los valores de estos índices de precios son exactamente iguales a los índices de precios de las últimas tres actividades de producción, correspondientes a las actividades de producción del gobierno.

14. $P_A = \left\{P_{A_j}\right\}$ $j = 1, \ldots, 14$: es un vector de índices de precios de las actividades de exportación,

donde el elemento *j*-ésimo mide el cambio en el precio de la actividad de exportación *j* respecto al año base. El elemento P_{A_j} es la suma de los índices de precios de las actividades de producción y de los impuestos indirectos que intervienen como costos de la actividad de exportación *j*, ponderados por los requerimientos de insumos e impuestos indirectos por unidad de exportación. Los impuestos indirectos que gravan las actividades de exportación son dos: el impuesto a la exportación y los Cedis.

15. $P_U^{*} = \left\{P_U^{*}\right\}$ $j = 1, \ldots, 4$: es un vector de índices de los impuestos indirectos (al volumen) en el margen de comercio de las actividades de demanda final. Estos cuatro impuestos son los mismos cuatro últimos de los siete que integran los impuestos sobre los insumos intermedios. Por lo tanto, los valores de éstos son iguales a los valores de los últimos cuatro elementos del vector P_{UX}^{*}.

16. $P_{UP}^{*} = \left\{P_{UP_j^{*}}\right\}$ $j = 1, \ldots, 3$: es un vector de índices de los impuestos indirectos (al valor) en el margen de comercio de las actividades de demanda final. Estos tres impuestos son los mismos tres primeros de los siete que integran los impuestos sobre los insumos intermedios. Por lo tanto, los valores de estos índices son iguales a los valores de los tres primeros elementos del vector P_{UX}^{*}.

17. $P_{UA}^{*} = \left\{P_{UA_j^{*}}\right\}$ $j = 1, \ldots, 14$: es un vector de índices del impuesto a la exportación, donde el elemento $P_{UA_j^{*}}$ mide el cambio en la *tasa* del impuesto a la actividad de exportación *j*, respecto al año base. Este índice se determina por medio del mismo procedimiento seguido para calcular los índices de los impuestos al valor ya descritos.

18. $P_{TA}^{*} = \left\{P_{TA_j^{*}}\right\}$ $j =, \ldots, 14$: es un vector de índices de los certificados de devolución de impuestos (Cedis), los que se suponen al volumen. Los Cedis son devoluciones de impuestos indirectos contenidos en los insumos utilizados por los bienes exportados, con el objetivo de fomentar las exportaciones de los mismos. Por lo tanto, son impuestos negativos que disminuyen el precio doméstico de las actividades de exportación favorecidas con este régimen. La determinación de estos índices se realiza mediante el mismo procedimiento seguido para calcular los índices de los impuestos al volumen ya descritos.

19. $P_{RA} = \left\{P_{RA_j}\right\}$ $j = 1, \ldots, 14$: es un vector en donde el elemento *j*-ésimo es el índice de cada unidad de excedente de explotación de las exportaciones contenida en la actividad de exportación *j*. Este vector tiene elementos positivos en aquellas actividades de exportación cuyos índices de precios son más elevados que la suma ponderada de los índices de precios de los insumos correspondientes. Es decir, el excedente es positivo en aquellas actividades cuyos precios, determinados exógenamente en el mercado internacional, estén por encima de los costos de producción domésticos. El vector P_{RA} tiene elementos negativos para aquellas actividades de exportación cuyos índices de precios sean menores que la suma ponderada de los índices de costos. Los elementos de P_{RA} correspondientes a aquellas actividades de exportación cuyos índices se determinan endógenamente son ceros, ya que en estos casos los índices de precios de las exportaciones coinciden con la suma ponderada de los índices de costos.

20. $P_T = \left\{P_{T_j}\right\}$ $j = 1, \ldots, 4$: es un vector de índices de impuestos indirectos totales (al volumen y al valor) sobre las actividades de producción. Estos índices se determinan endógenamente, mediante la suma de los índices (al volumen y al valor) sobre las actividades de producción, ponderados por la participación de cada uno de ellos en el costo unitario.

21. $\overline{P}_C$: es un escalar del índice general de precios al consumidor. Este índice se determina endógenamente mediante la suma de los índices de precios de las actividades de consumo privado, ponderados por la participación de cada una de estas actividades en el consumo privado total.

22. $\overline{P}_r$: es un escalar del índice de precios del consumo de los no residentes. Este índice se determina endógenamente mediante la suma de los índices de precios de las actividades de consumo privado, ponderados por la participación de cada una de estas actividades en el consumo privado total de los no residentes.

ANEXO E

LA TEORÍA DEL CONSUMIDOR Y LAS ELASTICIDADES DE LAS ECUACIONES DE DEMANDA

El objetivo de este anexo es exponer los elementos de la teoría del consumidor que sustentan los componentes empíricos del modelo de cantidades. La teoría del consumidor se ocupa principalmente del análisis de las decisiones del consumidor individual, con el fin de elaborar sistemas de hipótesis que permiten predecir el comportamiento de la demanda de los bienes que satisfacen las necesidades del mismo. Dicha teoría parte de un supuesto básico: existe una relación entre los bienes consumidos por un individuo y los niveles de utilidad o satisfacción que éstos le proveen. A esta relación se le denomina *función de utilidad*. Uno de los puntos en discusión es si esta utilidad es susceptible de ser medida, en cuyo caso se adopta un enfoque *cardinal* de la misma, o si sólo se puede ordenar, en cuyo caso estamos frente al enfoque *ordinal*. Para los fundadores de la escuela marginalista, la utilidad se puede medir y, por lo tanto, comparar. Es decir, no sólo es posible afirmar que una canasta de bienes es preferible a otra, sino en cuántas veces lo es. Críticos posteriores argumentan que no es posible medir la utilidad y que la hipótesis sobre su *cardinalidad* es innecesaria para sostener la consistencia y relevancia de la teoría del consumidor. De acuerdo con este último enfoque, tanto para efectos teóricos como empíricos, basta que una canasta de bienes sea preferible a otra, sin afirmar nada acerca de la comparación de los niveles cuantitativos de utilidad alcanzados con una u otra canasta. Es decir, sólo se requiere que el consumidor *ordene* las canastas de bienes en forma consistente; la función de utilidad es una representación ordenada de los gustos de los individuos y, por lo tanto, cualquier transformación monótona creciente de esta función es también una función de utilidad válida para el individuo.

En las siguientes secciones estudiaremos el comportamiento del consumidor individual, suponiendo que la función de utilidad es *ordinal* y que el consumidor enfrenta la posibilidad de adquirir una serie de bienes con una determinada cantidad monetaria dada para gastar en ellos. Se trata, entonces, de analizar la forma en que se modela la elección que realiza el consumidor individual entre cantidades alternativas de diferentes bienes, en un marco institucional que puede resumirse en los siguientes supuestos:

i) serie finita de bienes de consumo disponibles en el mercado;
ii) precios dados de estos bienes, independientes de la cantidad que el consumidor adquiera;[1]

[1] Es decir, no existen costos ni ahorros de transacción, de tal forma que los precios relativos de estos bienes son independientes de la cantidad que se adquiera de los mismos.

iii) libertad para adquirir la cantidad que desee de estos bienes;
iv) ingreso disponible para el consumo dado.[2]

El problema, entonces, consiste en elegir la combinación de bienes de consumo que le provea la máxima satisfacción al consumidor, según los precios de los bienes y el gasto total en los mismos. Se trata de un problema de optimización condicionada del estado de bienestar asociado al consumo de los bienes. Por lo tanto, lo primero que se requiere es disponer de una representación de los grados de satisfacción del consumidor que sea susceptible de convertirse en la función objetivo de dicha maximización. Para ello se necesita analizar las preferencias del consumidor individual, con el fin de determinar en qué condiciones son representables mediante una función que reúna las características exigidas.

E.1. Las preferencias individuales

Supongamos que existen n bienes y representemos las cantidades cosumidas de los mismos con el vector C, de tal forma que C^0 representa una combinación concreta de estos bienes, donde el elemento C_i^0 es la cantidad, no negativa, del bien de consumo i incluido en esta combinación particular. Entonces, C^1 es una combinación de bienes en que al menos un elemento es diferente al correspondiente de C^0. Las posibles relaciones lógicas entre estos dos vectores son:

1) Que C^0 sea al menos tan satisfactorio como C^1 y que C^1 no sea al menos tan satisfactorio como C^0, de tal forma que C^0 sea estrictamente preferible a C^1.
2) Que C^1 sea al menos tan satisfactorio como C^0 y que C^0 no sea al menos tan satisfactorio como C^1, de tal forma que C^1 sea estrictamente preferible a C^0.
3) Que C^0 sea al menos tan satisfactorio como C^1 y que C^1 sea al menos tan satisfactorio como C^0, de tal forma que C^0 sea igualmente deseable que C^1, es decir, que ambas combinaciones sean indiferentes.
4) Que C^0 no sea al menos tan satisfactorio como C^1 y que C^1 no sea al menos tan satisfactorio como C^0, de tal forma que C^0 y C^1 sean combinaciones no comparables entre sí.
Supondremos que las preferencias verifican los siguientes axiomas:

a) De completitud

Si se cumple 1, entonces, C^0 es estrictamente preferible a C^1;
Si se cumple 2, entonces, C^1 es estrictamente preferible a C^0;
Si se cumple 3, entonces, C^0 es igualmente deseable (indiferente) que C^1 y *viceversa*.[3]

Es decir, el consumidor siempre es capaz de comparar entre dos combinaciones cualesquiera, excluyéndose la opción 4.

[2] En otros términos, el gasto en consumo está predeterminado, como una proporción fija del ingreso monetario del individuo. Por lo tanto, a lo largo de toda la exposición desaparece la distinción entre el gasto en consumo y el ingreso, puesto que la decisión sobre qué parte de este último decide destinar al consumo el consumidor ya ha sido tomada con anterioridad.
[3] Observemos que el hecho de que C^0 sea igualmente deseable (indiferente) que C^1 no significa que $C^0 = C^1$. Si esto último se cumpliese, la relación sería, además, antisimétrica, propiedad que no se exige en este caso.

b) De reflexibilidad

Para todo C^0 se cumple que C^0 es al menos tan satisfactorio como C^0, de tal forma que la relación es reflexiva.

c) De transitividad

Si C^0 es al menos tan satisfactorio como C^1 y C^1 es al menos tan satisfactorio como C^2, entonces C^0 es al menos tan satisfactorio como C^2. Es decir, se postula que la relación es transitiva.

Los axiomas discutidos hasta aquí permiten dividir todas las combinaciones posibles, dado un C^0, en dos subconjuntos: aquel para el que se cumple que C^0 es al menos tan satisfactorio como cualquiera de sus vectores (combinaciones) y aquel para el que se cumple que cualquiera de sus vectores es al menos tan satisfactorio como C^0. La intersección de estos dos subconjuntos son todas las combinaciones indiferentes a C^0.

d) De no saturabilidad

Si todos los elementos de C^0 son no menores que los de C^1 y al menos uno es estrictamente mayor, entonces C^0 es estrictamente preferible a C^1. Esto significa la no saturabilidad del consumidor, puesto que de dos combinaciones posibles, si una de ellas tiene al menos un componente mayor y ninguno menor que la otra, el consumidor siempre preferirá la primera, es decir, siempre preferirá disponer de mayores cantidades de cualquier bien.

e) De racionalidad

Si del subconjunto de combinaciones que el consumidor puede alcanzar, elige la combinación C^0, entonces cualquiera de las otras no será mejor que la elegida, es decir, C^0 es al menos tan satisfactoria como cualquier otra combinación C^1. En el contexto institucional adoptado, en que el ingreso monetario es positivo y restringido, el subconjunto de opciones que el consumidor puede alcanzar es no vacío y acotado, de tal forma que el consumidor, por el axioma de la no saturabilidad, gastará todo su ingreso hasta alcanzar maximizar su bienestar. Sin embargo, si bien esto garantiza que existirá elección, no significa que la misma sea única.

f) De continuidad

La idea intuitiva de este axioma es que entre dos combinaciones indiferentes, por próximas que se hallen, siempre puede encontrarse otra combinación indiferente con ambas y que la relación, de preferencia estricta, entre dos opciones no se vea alterada si en cualesquiera de ellas se varían en magnitudes suficientemente pequeñas las cantidades de los bienes. Una forma de aproximarnos a una comprensión más precisa de este axioma es señalar que el mismo exige que si una combinación C^0 es preferible a una combinación C^1, entonces existe una combinación C que pertenece al entorno de C^0 y de C^1, tal que C es preferible a C^1, y C^0 es preferible a C.

g) De convexidad

Si C^1 y C^2 son combinaciones al menos tan satisfactorias como C^0, entonces existe siempre la posibilidad de que una cantidad combinada de C^1 y C^2 genere una combinación que también será al menos tan satisfactoria como C^0.[4] Este axioma es esencial para garantizar que la representación de las preferencias del consumidor es la adecuada, ya que garantiza que todas las combinaciones que son al menos tan satisfactorias presentan una frontera que tiene una curvatura apropiada para resolver el problema de la elección del consumidor. A esta frontera se le conoce normalmente como una curva de indiferencia, que conforme a este axioma presentará una curvatura convexa al origen.

h) De inclinación

Establece que las combinaciones que son igualmente deseables (indiferentes) a C^0 tienen una única inclinación en cada punto. Esto garantiza que en cada punto de la curva de indiferencia existe sólo una inclinación posible.

E.2. La representación de las preferencias: la función de utilidad

Los axiomas anteriores, excluyendo el de elección racional, dan lugar a curvas de indiferencias continuas y convexas hacia el origen. Esto permite pensar en un procedimiento que permita representar las preferencias individuales mediante una función. Puesto que cada curva de indiferencia significa las combinaciones de bienes que proveen una misma satisfacción, si se toma una combinación arbitraria cualquiera, C^0, se puede obtener un conjunto de combinaciones como resultado de multiplicar C^0 por números reales mayores que la unidad, por ejemplo, $C^1 = aC^0; C^2 = bC^0; C^3 = cC^0; C^4 = dC^0; \ldots$, donde $1 < a < b < c < d$. Por los axiomas establecidos, estas combinaciones de bienes proveen niveles crecientes de bienestar (utilidad); además, cualquier combinación que sea indiferente con alguna de estas combinaciones tendrá asociado el mismo nivel de utilidad. Es decir, cualquier combinación que sea indiferente a, digamos, C^0, proveerá la misma satisfacción que esta última; cualquier combinación que sea indiferente a C^1 proveerá la misma satisfacción que C^1 y, además, la misma será mayor a la que provee C^0, y así sucesivamente. Observemos que no se establece qué tanto mayor es un nivel de utilidad respecto a otro; esto no es necesario, puesto que los axiomas sólo implican que un nivel es igual, mayor o menor que otro. Si ahora a la utilidad provista por cualquiera de las combinaciones de bienes indiferentes con la combinación C^0 se le asigna un número real cualquiera, que denotamos como $U(C^0)$, y procedemos de la misma forma con las combinaciones indiferentes a $C^1, C^2, C^3, C^4, \ldots$, deberemos tener cuidado en que los números reales asociados a los niveles de utilidad provistos por estas últimas cumplan con la condición de que $U(C^0) < U(C^1) < U(C^2) < U(C^3) < U(C^4) < \ldots$

Si esta construcción es posible, habremos conseguido una representación *ordinal* de las preferencias del consumidor mediante una función $U(C)$, tal que a cada vector de consumo le corresponderá un único número real, común para todas las combinaciones indiferentes con ese vector, número real mayor para combinaciones de consumo preferidas, menor para las inferiores e igual para las indiferentes. Es decir, dado un vector cualquiera, C^0, si otra combinación, C, provee un mismo nivel de satisfacción, o sea, es indiferente, entonces $U(C^0) = U(C)$; si C es preferible a C^0, entonces

[4] Más preciso, si $0 \leq a \leq 1$, entonces la combinación $aC^1 + (1-a)C^2$ también será al menos tan satisfactoria como C^0.

$U(C^0) < U(C)$; y si C^0 es preferible a C, entonces $U(C^0) > U(C)$. El hecho de que $U(C)$ sea una representación *ordinal* es claro si se tiene en cuenta que la asignación de un número real a cada conjunto de combinaciones indiferentes ha sido totalmente arbitraria. Esto es así porque lo único que necesitamos es una representación de las preferencias que preserve el *orden* de las mismas. En suma, el valor numérico de $U(C)$ para cada C concreto no nos interesa en sí más que en cuanto sea mayor, menor o igual que el valor de $U(C)$ asociado a otro vector.

En términos técnicos, esto significa que si $U(C)$ representa las preferencias del consumidor individual, cualquier transformación monótona creciente de esta función también las representará, puesto que mantendrá el orden de los vectores de consumo, aunque no las diferencias relativas entre ellos. La conservación de las distancias relativas es necesaria para la *cardinalidad*, propiedad que exige mantener fijos un origen y una unidad de medida, pero no para la *ordinalidad*.[5]

El conjunto de los axiomas establecido garantiza la existencia de una función de utilidad que presenta las siguientes propiedades:

i) Si la utilidad asociada a un vector C^0 es mayor a la asociada a una combinación C^1, entonces C^0 es preferible a C^1, y *viceversa;* y si la utilidad asociada a un vector C^0 es igual a la asociada a una combinación C^1, entonces C^0 es indiferente a C^1, y *viceversa*.

ii) Es continua y, por lo tanto, diferenciable.

iii) Es monótona creciente.

iv) Es estrictamente cuasicóncava.[6]

La propiedad *(i)* permite sostener que el objetivo del consumidor es la maximización de la función de utilidad, $U(C)$. Esta propiedad se relaciona con los axiomas *(a)*, *(b)* y *(c)*. La propiedad *(ii)* es fundamentalmente operativa, ya que permite aplicar las técnicas del cálculo diferencial al problema de maximización de la función de utilidad y está relacionada con los axiomas *(f)*, *(g)* y *(h)*. La propiedad *(iii)* proviene directamente del axioma *(d)* e indica que $U_i = \partial U / \partial C_i > 0$, para todo bien. La propiedad *(iv)* está relacionada con la propiedad *(i)* y con el axioma *(g)*.

Las propiedades de la función de utilidad $U(C)$ hacen patente que se trata de un indicador *ordinal* del grado de satisfacción que le reportan al consumidor las distintas combinaciones de bienes. En efecto, la propiedad *(i)* exige que se conserve el signo de la diferencia del valor numérico entre dos combinaciones cualesquiera, pero nada dice respecto al valor de dicha diferencia. Por ejemplo, si $U(C^0) = 30$ y $U(C^1) = 60$, la única información que esto proporciona es que C^1 es preferible a C^0; pero si dividiéramos por dos estos valores, $U(C^0) = 15$ y $U(C^1) = 30$, significaría lo mismo que lo anterior. Por lo tanto, si $U(C)$ es una función que representa las preferencias de un consumidor, cualquier transformación monótona creciente de $U(C)$ también las representará.[7]

Esta propiedad de *ordinalidad* queda también reflejada en el hecho de que si consideramos dado un cierto nivel de utilidad $U(C) = U^0$, suponiendo que sólo varían las cantidades de dos bienes, C_i y C_j, se cumple que:

[5] En principio, no existen razones técnicas para argumentar que el enfoque de una función de utilidad *ordinal* es superior al de una *cardinal*. Sin embargo, ha predominado finalmente la idea de que es necesario proteger la teoría del consumidor de la posibilidad de hacer comparaciones interpersonales, situación que la alejaría del concepto de eficiencia paretiano.

[6] Una función $f(x)$ es estrictamente cóncava si, para cualquier par de números reales, x_1 y x_2, se cumple el hecho de que $f(ax_1 + (1-a)x_2) > a f(x_1) + (1-a) f(x_2)$ y es estrictamente cuasicóncava si $f(ax_1 + (1-a)x_2) > \text{mín.}(f(x_1), f(x_2))$, donde $0 \leq a \leq 1$. Todas las funciones estrictamente cóncavas son estrictamente cuasicóncavas, pero la recíproca no es cierta.

[7] Una función $F(U)$ es una transformación monótona creciente de U si $F(U^1) > F(U^2)$, siempre que $U^1 > U^2$, es decir, $(\partial F / \partial U) > 0$.

$$dU = 0 = \frac{\partial U}{\partial C_i} dC_i + \frac{\partial U}{\partial C_j} dC_j$$

o sea:

$$-\left.\frac{dC_i}{dC_j}\right|_U^0 = \frac{\partial U / \partial C_j}{\partial U / \partial C_i} = \frac{U_j}{U_i} = TM\arg s_j^i \qquad \text{(E.2.1)}$$

donde $TM\arg s_j^i$ es la relación marginal de sustitución o tasa marginal de sustitución entre C_i y C_j. Dicha tasa expresa la variación necesaria en la cantidad consumida de C_i para compensar en términos de utilidad una variación infinitesimal —dC_j— en la cantidad consumida de C_j. La $TM\arg s_j^i$ es una relación (cociente) entre utilidades marginales y, por lo tanto, independiente de las unidades de medida de *U(C)*, por lo que no resulta afectada por la sustitución de *U(C)* por una transformación *F(U(C))* monótona creciente ($F' > 0$).

El hecho de que las curvas de indiferencia sean estrictamente convexas respecto al origen equivale a que la *TM* arg *s* es continuamente decreciente, lo que significa que las cantidades en que hay que disminuir C_i ante aumentos iguales y sucesivos de C_j son cada vez menores para mantener el mismo nivel de utilidad, porque a medida que (C_i/C_j) es menor, la valoración relativa de C_j en términos de C_i es también menor. En términos formales, esto significa que $(\partial TM\arg s_j^i / \partial C_j) < 0$. Esta propiedad —garantizada por los axiomas— no depende ni tiene relación alguna con el decrecimiento de las utilidades marginales, es decir, con el signo de la derivada de la utilidad marginal, que con frecuencia se considera intuitivamente razonable. En efecto:

$$\frac{\partial TM\arg s_j^i}{\partial C_j} = \frac{\partial\left(\dfrac{U_j}{U_i}\right)}{\partial C_j} = \frac{\partial\left(\dfrac{U_j}{U_i}\right)}{\partial C_j}\frac{dC_j}{dC_j} + \frac{\partial\left(\dfrac{U_j}{U_i}\right)}{\partial C_i}\frac{dC_i}{dC_j} \qquad \text{(E.2.2)}$$

es decir:

$$\frac{\partial TM\arg s_j^i}{\partial C_j} = \frac{\dfrac{\partial U_j}{\partial C_j}U_i - \dfrac{\partial U_i}{\partial C_j}U_j}{U_i^2} + \left[\frac{\dfrac{\partial U_j}{\partial C_i}U_i - \dfrac{\partial U_i}{\partial C_i}U_j}{U_i^2}\right]\left(-\frac{U_j}{U_i}\right) \qquad \text{(E.2.3)}$$

Si ahora hacemos:

$$\frac{\partial U_j}{\partial C_j} = U_{jj}; \quad \frac{\partial U_i}{\partial C_i} = U_{ii}; \quad \frac{\partial U_i}{\partial C_j} = U_{ij}; \quad \frac{\partial U_j}{\partial C_i} = U_{ji} \qquad \text{(E.2.4)}$$

reemplazando, nos queda

$$\frac{\partial TM\arg s_j^i}{\partial C_j} = \frac{U_{jj}U_i - U_{ij}U_j}{U_i^2} - \left[\frac{U_{ji}U_i - U_{ii}U_j}{U_i^2}\right]\frac{U_j}{U_i} \qquad \text{(E.2.5)}$$

Si suponemos que $U_{ij} = U_{ji}$, obtenemos:[8]

[8] Más adelante se discuten las razones de este supuesto.

$$\frac{\partial TM \arg s_j^i}{\partial C_j} = \frac{U_{jj}\, U_i^2 + U_{ii}\, U_j^2 - 2U_{ij}\, U_i\, U_j}{U_i^3} \tag{E.2.6}$$

Por lo tanto, el signo negativo de la expresión precedente es compatible con cualquier signo de U_{ii} y U_{jj}, sin más que manipular convenientemente el signo de U_{ij}. Sólo en el caso particular de funciones de utilidad de forma peculiar, como las aditivas,[9] el decrecimiento de la $TM \arg s_j^i$ requiere el de las utilidades marginales, puesto que $U_{ij} = 0\ (i \neq j)$. La axiomática postulada permite cualquier evolución de las utilidades marginales, pero garantiza el decrecimiento de la $TM \arg s_j^i$.

E.3. Equilibrio del consumidor

En esta sección analizaremos la solución al problema que enfrenta el consumidor: elegir la combinación óptima de bienes de consumo que debe adquirir para maximizar su bienestar, según los precios de los mismos y el gasto total de que dispone. Con el fin de simplificar la exposición, supondremos que sólo existen dos bienes y una función de utilidad que cumple con los axiomas ya establecidos, de tal forma que podemos escribir:

$$U = f\,(C_1, C_2) \tag{E.3.1}$$

donde:

U: nivel de utilidad;
C_1, C_2 : cantidad consumida (demandada) de los bienes 1 y 2, respectivamente.

Con base en esta función podemos calcular el cambio en el nivel de utilidad total cuando cambian las cantidades consumidas de los bienes. El cambio en la utilidad total será aproximadamente igual al cambio en el consumo total del bien 1 multiplicado por el cambio en la utilidad total que induce cada unidad adicional de consumo del bien 1, más el cambio en el consumo total del bien 2 multiplicado por el cambio en la utilidad total que induce cada unidad adicional de consumo del bien 2. Podemos obtener este resultado si en la ecuación (E.3.1) calculamos la diferencial total de la utilidad total, es decir:

$$dU = \frac{\partial U}{\partial C_1} dC_1 + \frac{\partial U}{\partial C_2} dC_2$$

Observemos que, de acuerdo con los postulados, las primeras y segundas derivadas de la función (E.3.1) son continuas, de tal forma que esto asegura la existencia de las derivadas incluidas en el resultado obtenido. Supongamos ahora que el consumidor permanece en el mismo nivel de utilidad, pero cambiando la combinación de las cantidades consumidas de ambos bienes. Por ejemplo, si a partir de una combinación inicial el consumidor disminuye el consumo del bien 1, es decir, $dC_1 < 0$, entonces su bienestar disminuirá aproximadamente en $dC_1\, U_1$. Por lo tanto, para poder permanecer en el mismo nivel de utilidad, deberá aumentar el consumo del bien 2 en una cantidad tal que el incremento del bienestar que este consumo adicional le provee, es decir, $dC_2\, U_2$, compense

[9] Las funciones aditivas son del tipo $U\ (x) = \sum_i\ F_i\ (x_i)$.

la disminución de bienestar que le generó la disminución del consumo del bien 1, de tal forma que la suma de ambos términos sea cero. En término formales, esto significa que $dU = 0$ puesto que el nivel de utilidad no cambia. Entonces,

$$dU = 0 = \frac{\partial U}{\partial C_1} dC_1 + \frac{\partial U}{\partial C_2} dC_2 \tag{E.3.2}$$

Por lo tanto:

$$-\frac{dC_2}{dC_1} = \frac{\partial U}{\partial C_1} \Big/ \frac{\partial U}{\partial C_2} = \frac{U_1}{U_2} = TM \arg s_1^2 \tag{E.3.3}$$

Conforme a nuestra exposición anterior (véase la ecuación (E.2.1)), la expresión (E.3.3) nos dice en cuántas unidades debe disminuirse (aumentarse) el consumo del bien 2 si se aumenta (disminuye) el consumo del bien 1 en una unidad, para mantener al consumidor en el mismo nivel de utilidad. A este concepto le hemos denominado tasa marginal de sustitución ($TM \arg s$) entre ambos bienes. Las derivadas U_1 y U_2 se definen como las utilidades marginales de los bienes 1 y 2, respectivamente. En el enfoque *cardinal* de la función de utilidad esto último tiene un significado más contundente; normalmente se le interpreta como "el incremento en la utilidad total cuando se incrementa en una unidad el consumo". En el enfoque *ordinal*, si bien podemos mantener el concepto, las magnitudes numéricas del mismo no tienen un significado especial. Aquí lo único importante es que se cumpla la condición (E.3.3), sin que el signo o magnitud de cada una de las derivadas tengan relevancia, conclusión que obtuvimos al analizar la ecuación (E.2.6). En todo caso, es importante conservar la idea de que la $TM \arg s$ refleja la proporción en que el individuo está dispuesto a sustituir los bienes entre ellos, tomando en cuenta exclusivamente sus preferencias *subjetivas*.

Desde el punto de vista del consumidor, el presupuesto que él puede gastar está predeterminado como una proporción de su ingreso dado. Es decir, el consumidor enfrenta una restricción presupuestal que podemos expresar como:

$$P_1 C_1 + P_2 C_2 = I \tag{E.3.4}$$

donde:

I : gasto total;
P_1 , P_2 : precio del bien 1 y 2, respectivamente.

Despejando C_2, obtenemos:

$$C_2 = \frac{I}{P_2} - \frac{P_1}{P_2} C_1 \tag{E.3.5}$$

y derivando (E.3.5) respecto a C_1, obtenemos:

$$\frac{dC_2}{dC_1} = -\frac{P_1}{P_2} \tag{E.3.6}$$

Puesto que suponemos que los precios están dados y no dependen de la decisión individual de un consumidor, la derivada (E.3.6) es constante e independiente del nivel del gasto en que se encuentre el individuo. Conceptualmente, nos dice en cuántas unidades del bien 2 debemos renunciar si incrementamos en una unidad el consumo del bien 1, para mantener el mismo nivel de gasto. Esto depende de los precios relativos de ambos bienes, o sea, de la tasa *objetiva* a que se intercambian los bienes en el mercado. Así, por ejemplo, si a partir de cierta distribución inicial del gasto entre ambos bienes, el consumidor decide incrementar el gasto en la adquisición del bien 2 en dC_2 unidades, el gasto total se incrementa en esa cantidad multiplicada por el precio de dicho bien, es decir, $dC_2 P_2$. Por lo tanto, puesto que el gasto debe permanecer inalterado, el consumidor tendrá que disminuir la adquisición del bien 1 en una cantidad, $-dC_1$, tal que multiplicada por el precio de este bien se iguale al incremento en el gasto inducido por el mayor consumo del bien 2, es decir, $dC_2 P_2 = -dC_1 P_1$. Esta última identidad se obtiene directamente de la expresión (E.3.6).

El problema de nuestro consumidor es lograr el máximo nivel de utilidad posible, tomando en cuenta su restricción presupuestal y los precios de los bienes. Se trata, entonces, de maximizar la función (E.3.1) sujeta a la restricción (E.3.4). Con base en los resultados obtenidos en las expresiones (E.3.3) y (E.3.6), podemos anticipar una conclusión intuitiva: la distribución del gasto entre los dos bienes que le provee la máxima utilidad es aquella donde la tasa de intercambio *subjetiva*, es decir, la *TM* arg *s*, se iguala a la tasa de sustitución en el mercado, o sea, los precios relativos. Analicemos formalmente esta aseveración. Es importante recordar que, de acuerdo con el axioma de no saturabilidad, el consumidor gastará todo su presupuesto en comprar bienes de consumo. Matemáticamente, podemos abordar el problema de optimización formando el lagrangiano:

$$U^* = \text{máx.}\, L(C_1, C_2, \lambda) = f(C_1, C_2) + \lambda (I - P_1 C_1 - P_2 C_2) \tag{E.3.7}$$

El problema consiste en encontrar los valores de C_1, C_2 y λ que determinen el valor óptimo (extremo) de la función U^*, tomando en cuenta la restricción presupuestal que ya está incorporada en esta función. En un valor extremo (máximo o mínimo), por definición, la diferencial total de la función es necesariamente nula, es decir, $dU = 0$. En otras palabras, en el entorno del valor extremo, un cambio (positivo o negativo) infinitesimalmente pequeño de una o más de las variables independientes dejará estacionario el valor de la función. Por lo tanto, la condición de primer orden necesaria que se debe cumplir en un valor óptimo de la función U^* es que las derivadas de la misma respecto a cada una de las variables sean nulas, es decir:[10]

$$\frac{\partial U^*}{\partial C_1} = \frac{\partial f(C_1, C_2)}{\partial C_1} - \lambda P_1 = U_1 - \lambda P_1 = 0 \tag{E.3.8}$$

$$\frac{\partial U^*}{\partial C_2} = \frac{\partial f(C_1, C_2)}{\partial C_2} - \lambda P_2 = U_2 - \lambda P_2 = 0 \tag{E.3.9}$$

$$\frac{\partial U^*}{\partial \lambda} = I - P_1 C_1 - P_2 C_2 = 0 \tag{E.3.10}$$

Las expresiones (E.3.8) a (E.3.10) constituyen un sistema de tres ecuaciones que permite obtener el valor de las tres incógnitas: C_1, C_2 y λ. De las condiciones (E.3.8) y (E.3.9) obtenemos:

[10] Éstas son condiciones necesarias pero no suficientes. En efecto, aunque las mismas se cumplan, no necesariamente se trata de un valor extremo. Por ejemplo, en un *punto de silla* o en un *punto de inflexión* dichas condiciones se verifican, sin que los mismos sean efectivamente puntos de valores extremos de la función

$$\frac{\frac{\partial U}{\partial C_1}}{P_1}=\frac{U_1}{P_1}=\lambda \tag{E.3.11}$$

y:

$$\frac{\frac{\partial U}{\partial C_2}}{P_2}=\frac{U_2}{P_2}=\lambda \tag{E.3.12}$$

o sea:

$$\frac{U_1}{P_1}=\frac{U_2}{P_2}=\lambda \tag{E.3.13}$$

La expresión (E.3.13) establece que en equilibrio el cociente entre la utilidad aportada por la última unidad consumida por cualquier bien y su precio, es decir, la aportación que a la utilidad total hace la última unidad monetaria gastada en la adquisición de un bien, debe ser igual para todos ellos. Así, esta última expresión es la condición de óptimo, que también podemos escribir:

$$\frac{U_1}{U_2}=TM\arg s_1^2=\frac{P_1}{P_2} \tag{E.3.14}$$

La expresión (E.3.14) nos dice que, para alcanzar un óptimo en la función de utilidad se requiere que la tasa marginal de sustitución iguale la relación de precios, es decir, que la relación de intercambio *subjetiva*, para el consumidor, entre dos bienes cualquiera, se iguale a la relación de intercambio en el mercado, que es el cociente entre los precios. En cualquier otro punto, la razón en que se cambien los bienes en el mercado será mayor o menor que la razón "psicológica", a la cual está dispuesto a intercambiarlos el consumidor.

Las condiciones de primer orden necesarias (E.3.8) a (E.3.10) no nos dan una respuesta completa al problema planteado. Por un lado, como ya vimos, las mismas no son condiciones suficientes, y por otro, aun cuando efectivamente se trate de un valor extremo de la función, no sabemos si es un mínimo o un máximo. La condición de segundo orden suficiente para aseverar que efectivamente el óptimo es un máximo, es que la diferencial de segundo orden de la función U^*, en el entorno del punto determinado por las condiciones de primer orden, para cualquier cambio de las variables independientes, sea negativo. En efecto, en dicho punto, $dU=0$; pero si el mismo es un máximo, a medida que nos alejemos de él, en cualquier dirección, el valor de la función disminuirá, es decir, $dU^*<0$ en un entorno pequeño alrededor del máximo. El hecho de que dU^* sea decreciente en ese entorno significa que la diferencial total de dU^* es negativa, o sea, $d(dU^*)<0$ o, en una notación más simple, $d^2U^*<0$.[11] Esta última es la condición de segundo orden suficiente, cuyo cumplimiento implica que el determinante hessiano orlado relevante, evaluado en el punto de equilibrio, tenga el signo requerido.[12] En el caso de nuestro sistema de dos bienes, debe cumplirse que:

[11] En el símbolo d^2U^*, el exponente 2 indica la diferencial total de segundo orden de U^*; en cambio, en el símbolo dU^{*2}, el exponente denota el cuadrado de la diferencial de primer orden, dU^*.

[12] La diferencial de segundo orden, d^2U^*, puede expresarse como una forma cuadrática. Por lo tanto, la condición de máximo requiere que la misma sea *definida negativa*. Para esto último es necesario que se cumplan condiciones de signo respecto a los menores principales, que son los subdeterminantes incluidos en el discriminante de la forma cuadrática indicada. El discriminante resulta ser un determinante con derivadas parciales de segundo orden como sus elementos, que normalmente recibe el nombre de determinante hessiano, o simplemente hessiano. En el marco de un problema de maximización condicionada, el análisis de los signos se refiere al hessiano orlado.

$$\begin{vmatrix} U_{11} & U_{12} & P_1 \\ U_{21} & U_{22} & P_2 \\ P_1 & P_2 & 0 \end{vmatrix} > 0 \tag{E.3.15}$$

cuya expresión extendida es:

$$U_{21} P_1 P_2 + U_{12} P_1 P_2 - U_{11} P_2^2 - U_{22} P_1^2 > 0 \tag{E.3.16}$$

Si ahora reemplazamos los precios por sus valores de equilibrio, de acuerdo con el resultado de la expresión (E.3.13), es decir, $P_1 = U_1 / \lambda$ y $P_2 = P_2 / \lambda$, obtenemos:

$$2U_{12} U_1 U_2 - U_{11} U_2^2 - U_{22} U_1^2 > 0 \tag{E.3.17}$$

puesto que $U_{21} = U_{12}$. Para lograr una mejor comprensión del significado de esta relación, derivemos la expresión (E.3.3) respecto a C_1, con el mismo procedimiento seguido para obtener la ecuación (E.2.6):

$$\frac{\partial TM \arg s_1^2}{\partial C_1} = \frac{(U_{11} U_2^2 + U_{22} U_1^2 - 2U_{21} U_2 U_1)}{U_2^3} \tag{E.3.18}$$

Por la condición (E.3.17), el numerador de la expresión (E.3.18) es negativo; puesto que $U_2 > 0$, la condición (E.3.17) requiere que $\dfrac{\partial TM \arg s_1^2}{\partial C_1} < 0$. Recordemos que la $TM \arg s_1^2$ nos dice la cantidad de unidades en que debe disminuirse (aumentarse) el consumo del bien 2 si se aumenta (disminuye) el consumo del bien 1 en una unidad, para mantener al consumidor en el mismo nivel de utilidad. Por lo tanto, esta condición tiene una interpretación económica que puede resumirse de la siguiente forma: a medida que se incrementa el consumo del bien 1, la cantidad del bien 2 a la que es necesario renunciar para quedar en el mismo nivel de bienestar es decreciente.[13] En el contexto de nuestra función de utilidad con dos bienes, esta condición significa que cada curva de indiferencia expresa el consumo del bien 1 como una función convexa del consumo del bien 2, y *viceversa*.

Por último, interesa referirnos a una de las propiedades de la solución. Se demuestra que *el equilibrio es invariante ante cualquier transformación monótona creciente de la función de utilidad,* $U = f(C_1, C_2)$. Una función $F(U(C_1, C_2))$ es una transformación monótona creciente de $U(C_1, C_2)$ si $F(U^1 2) > F(U^2)$, siempre que $U^1 > U^2$, es decir, $(\partial F / \partial U) > 0$. Esta propiedad establece que si la función U cumple con las condiciones mencionadas más arriba, la función F también las satisface, de tal forma que maximizar esta última, sujeta a la misma restricción presupuestal, es equivalente a maximizar la función U, sujeta también a la restricción presupuestal determinada por los precios y el gasto total dados. Esto implica que la razón entre las utilidades marginales debe ser igual, en el punto de equilibrio, a la razón entre los precios, independientemente de la función de utilidad elegida. Las utilidades marginales correspondientes a las diferentes funciones pueden ser distintas, pero esto no es importante en el proceso de maximización de la utilidad, puesto que la proporción

es decir, al hessiano correspondiente a la forma cuadrática original, con una fila y una columna adicionales, donde se incluyen los coeficientes de la ecuación que representa la restricción en el proceso de maximización.

[13] En el marco de un enfoque *cardinal* de la función de utilidad, esto significa que la utilidad marginal de los bienes es decreciente. Sin embargo, como ya dijimos, esta condición no es necesaria en el enfoque *ordinal*.

entre ellas es la misma. Se concluye, entonces, que si el consumidor maximiza su utilidad, sujeta a la restricción presupuestal, mediante una determinada selección de bienes, para una función de utilidad dada, siempre se comportará de la misma forma para maximizar su utilidad, independientemente de la función de utilidad elegida, siempre que ésta sea una transformación monótona de la original. En otros términos, si una función de utilidad se maximiza eligiendo una combinación particular de bienes, la misma combinación maximizará todas las funciones de utilidad que resulten de una transformación monótona de la misma. En consecuencia, la función de utilidad del consumidor es única, excepto por su transformación monótona.

E.4. El sistema de funciones de demanda

A partir de las ecuaciones (E.3.8) a (E.3.10) podemos establecer una relación entre las cantidades (óptimas) demandadas de cada bien y los parámetros del problema, que son los precios (P_1, P_2) y el gasto total (I). En efecto, observemos que dichas expresiones constituyen un sistema de tres ecuaciones con seis variables: C_1, C_2, λ, P_1, P_2 e I. Sin embargo, los valores de las últimas tres son conocidos, es decir, son valores exógenamente determinados. Por lo tanto, quedan tres ecuaciones y tres incógnitas, C_1, C_2, λ, cuyos valores pueden determinarse mediante la solución de dicho sistema de ecuaciones. A las ecuaciones que establecen la relación entre las cantidades consumidas de cada bien y los parámetros y variables exógenas del sistema le llamamos sistema de ecuaciones de demanda.

Es necesario, en primer lugar, analizar la existencia de estas funciones, para referirnos posteriormente a algunas propiedades de las mismas. Con este propósito, prestemos atención a la relación entre los *cambios* de nuestras variables exógenas (P_1, P_2, I) y los *cambios* en las cantidades demandadas. Para ellos, obtengamos la diferenciación total de las funciones que implícitamente definen las condiciones (E.3.8) a (E.3.10):

$$d\left(\frac{\partial U^*}{\partial C_1}\right)=\frac{\partial U_1}{\partial C_1}dC_1+\frac{\partial U_1}{\partial C_2}dC_2-P_1\,d\lambda-\lambda dP_1=0 \qquad \text{(E.4.1)}$$

$$d\left(\frac{\partial U^*}{\partial C_2}\right)=\frac{\partial U_2}{\partial C_1}dC_1+\frac{\partial U_2}{\partial C_2}dC_2-P_2\,d\lambda-\lambda dP_2=0 \qquad \text{(E.4.2)}$$

$$d\left(\frac{\partial U^*}{\partial \lambda}\right)=dI-P_1\,dC_1-P_2\,dC_2-C_1\,dP_1-C_2\,dP_2=0 \qquad \text{(E.4.3)}$$

Si ahora dejamos del lado derecho exclusivamente todos los términos que tienen los cambios en los precios y el gasto total, obtenemos:

$$U_{11}\,dC_1+U_{12}\,dC_2-P_1\,d\lambda=\lambda dP_1 \qquad \text{(E.4.4)}$$

$$U_{21}\,dC_1+U_{22}\,dC_2-P_2\,d\lambda=\lambda dP_2 \qquad \text{(E.4.5)}$$

$$-P_1\,dC_1-P_2\,dC_2=C_1\,dP_1+C_2\,dP_2-dI \qquad \text{(E.4.6)}$$

Este sistema de ecuaciones puede expresarse matricialmente:

$$\begin{bmatrix} U_{11} & U_{12} & -P_1 \\ U_{21} & U_{22} & -P_2 \\ -P_1 & -P_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dC_1 \\ dC_2 \\ d\lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda dP_1 \\ \lambda dP_2 \\ C_1 dP_1 + C_2 dP_2 - dI \end{bmatrix} \tag{E.4.7}$$

El determinante de la matriz de coeficientes de esta última expresión no es nulo, de acuerdo con la condición (E.3.15);[14] por lo tanto, existe una solución para los cambios en las cantidades y en el multiplicador, en función de los cambios en los precios y en el gasto total, es decir, existe una función que representa las relaciones que estamos buscando. De hecho, existen tantas ecuaciones de demanda como bienes, cuyas cantidades demandadas son las variables endógenas (o incógnitas) del sistema, mientras que los precios y el ingreso son las variables exógenas, cuyas alteraciones inducen cambios en las cantidades demandadas. Escribamos estas relaciones como:

$$C_1 = C_1 (P_1, P_2, I) \tag{E.4.8}$$

$$C_2 = C_2 (P_1, P_2, I) \tag{E.4.9}$$

E.5. Algunas propiedades del sistema de ecuaciones de demanda

Una propiedad del sistema de ecuaciones de demanda es que las funciones son homogéneas de grado cero en precios y gasto, es decir, si los precios y el gasto total cambian en la misma proporción, las cantidades demandadas permanecen sin cambio.[15] Para demostrar lo anterior, supongamos que esto último sucede, de tal forma que la restricción presupuestal ahora se escribe como:

$$kI - kP_1 C_1 - kP_2 C_2 = 0$$

donde k es un factor de proporcionalidad. Entonces, la expresión (E.3.7) se transforma en:

$$W = \text{máx.}\, L (C_1, C_2, \lambda) = f (C_1, C_2) + \lambda (kI - kP_1 C_1 - kP_2 C_2) \tag{E.5.1}$$

y al determinar las condiciones de primer orden para optimizar W, con el mismo procedimiento anterior, nos quedan:

$$U_1 - \lambda k P_1 = 0 \tag{E.5.2}$$

$$U_2 - \lambda k P_2 = 0 \tag{E.5.3}$$

$$kI - kP_1 C_1 - kP_2 C_2 = 0 \tag{E.5.4}$$

Si pasamos el segundo término de las dos primeras ecuaciones al lado derecho y dividimos la primera ecuación entre la segunda, obtenemos:

[14] Dicho determinante es el jacobiano relevante para aplicar el teorema de las funciones implícitas, garantizando que existen las funciones que establecen la relación entre las cantidades demandadas de los bienes y los precios y gasto total. Observemos que el mismo sólo se diferencia del hessiano orlado discutido más arriba (véase la ecuación (E.3.15)), donde en este último determinante los precios aparecen con signos positivos.

[15] Recordemos que una función $f\ (X_1, X_2, \ldots, X_n)$ es homogénea de grado h si $f\ (\alpha X_1, \alpha X_2, \ldots, \alpha X_n) = \alpha^h\ f\ (X_1, X_2, \ldots, X_n)$, donde α es un escalar que indica proporcionalidad. Si $h = 0$, entonces, $f\ (\alpha X_1, \alpha X_2, \ldots, \alpha X_n) = \alpha^0\ f\ (X_1, X_2, \ldots, X_n) = f\ (X_1, X_2, \ldots, X_n)$.

$$\frac{U_1}{U_2}=\frac{P_1}{P_2} \tag{E.5.5}$$

La tercera ecuación, puesto que $k \neq 0$, nos queda:

$$I-P_1\,C_1-P_2\,C_2=0 \tag{E.5.6}$$

Se comprueba que las condiciones de primer orden con esta restricción presupuestal son las mismas que las anteriores. Con un procedimiento semejante se demuestra que las de segundo orden también son las mismas. Esto prueba que las funciones de demanda son homogéneas de grado cero en precios y gasto, de tal forma que:

$$C_1\,(kP_1,kP_2,kI)=C_1\,(P_1,P_2,I) \tag{E.5.7}$$

$$C_2\,(kP_1,kP_2,kI)=C_2\,(P_1,P_2,I) \tag{E.5.8}$$

donde k es un escalar cualquiera. Esto implica una restricción relevante y empíricamente testeable sobre el comportamiento del consumidor: el incremento del ingreso será deseable para el consumidor siempre que no vaya acompañado de un incremento de la misma proporción de todos los precios, ya que esto deja inalterado el comportamiento del mismo. En síntesis, el consumidor no sufre de "ilusión monetaria".

Por último, nos interesa analizar una propiedad de especial importancia para interpretar el significado económico del multiplicador de Lagrange. En efecto, es posible demostrar que este último es la utilidad marginal del gasto. Puesto que las cantidades demandadas de los bienes pueden escribirse en función de los precios y el gasto, podemos reescribir la función de utilidad (E.3.1) y la restricción presupuestal (E.3.4) de la siguiente forma:

$$U\,(C_1,C_2)=U\,(C_1\,(P_1,P_2,I),C_2\,(P_1,P_2,I)) \tag{E.5.9}$$

$$I=C_1\,(P_1,P_2,I)\,P_1+C_2\,(P_1,P_2,I)\,P_2 \tag{E.5.10}$$

Si ahora diferenciamos la primera de estas ecuaciones respecto al gasto, obtenemos:

$$dU\,(C_1,C_2)=\frac{\partial U}{\partial C_1}\frac{\partial C_1}{\partial I}\,dI+\frac{\partial U}{\partial C_2}\,\frac{\partial C_2}{\partial I}\,dI \tag{E.5.11}$$

Pero, puesto que por las condiciones (E.3.8) y (E.3.9), $(\partial U\,/\,\partial C_1)=U_1=P_1\,\lambda$ y $(\partial U\,/\,\partial C_2)=U_2=P_2\,\lambda$, reemplazando nos queda:

$$dU\,(C_1,C_2)=\lambda P_1\,\frac{\partial C_1}{\partial I}\,dI+\lambda P_2\,\frac{\partial C_2}{\partial I}\,dI=\lambda\left(P_1\,\frac{\partial C_1}{\partial I}\,dI+P_2\,\frac{\partial C_2}{\partial I}\,dI\right) \tag{E.5.12}$$

Si ahora diferenciamos la restricción presupuestal, obtenemos:

$$dI=P_1\,\frac{\partial C_1}{\partial I}\,dI+P_2\,\frac{\partial C_2}{\partial I}\,dI \tag{E.5.13}$$

Reemplazando este último resultado en la expresión (E.5.12), nos queda:

$$dU(C_1, C_2) = dI\lambda \tag{E.5.14}$$

de donde:

$$\frac{dU(C_1, C_2)}{dI} = \lambda \tag{E.5.15}$$

que nos expresa el resultado que anticipamos. En efecto, el resultado (E.5.15) nos dice que λ mide el cambio en el nivel de bienestar cuando el gasto total cambia en una unidad.

E.6. Cambios en el precio del bien y en el ingreso

Las cantidades compradas por un consumidor racional deberán siempre satisfacer el sistema de ecuaciones (E.3.8) a (E.3.10). Los cambios en los precios y el gasto modificarán su patrón de gasto, pero las nuevas cantidades, junto con los nuevos precios y gasto total, deberán seguir satisfaciendo dicho sistema. La solución del sistema (E.4.7) justamente permite calcular el efecto que tienen los cambios de precios y del gasto total en la variación de las cantidades compradas. Para resolver este sistema de tres ecuaciones y tres incógnitas, dC_1, dC_2 y $d\lambda$, consideremos constantes los términos del lado derecho. Llamemos D al determinante de la matriz que contiene los coeficientes del sistema y D_{ij} al cofactor del elemento ubicado en la fila i-ésima y la columna j-ésima.[16] Así, por ejemplo, D_{21} es el cofactor correspondiente al elemento ubicado en la segunda fila y la primer columna. Por otra parte, llamemos $D_{(dCj)}$ al determinante de la matriz que resulta de reemplazar la columna j-ésima de la matriz de coeficientes del sistema de ecuaciones por la columna de términos constantes, es decir, los elementos que aparecen del lado derecho. Así, por ejemplo, el determinante $D_{(dC_1)}$ es:

$$D_{(dC_1)} = \begin{vmatrix} \lambda dP_1 & U_{12} & -P_1 \\ \lambda dP_2 & U_{22} & -P_2 \\ -dI + C_1 dP_1 + C_2 dP_2 & -P_2 & 0 \end{vmatrix} \tag{E.6.1}$$

Podemos ahora solucionar el sistema de ecuaciones en dos pasos, ejemplificando con una de sus incógnitas, dC_1. En primer lugar, aplicando la regla de Cramer para la solución del sistema de ecuaciones, podemos escribir:[17]

$$dC_1 = \frac{D_{(dC_1)}}{D} \tag{E.6.2}$$

[16] Dada una matriz A, de dimensión $n \times n$, para obtener el cofactor del elemento a_{ij}, se procede de la siguiente manera: en primer lugar, se elimina la fila i-ésima y la columna j-ésima, quedando así una matriz de $(n-1) \times (n-1)$ elementos; en segundo lugar, se calcula el determinante de esta última matriz, denominado *menor* del elemento a_{ij}; finalmente, se obtiene el cofactor multiplicando el *menor* por +1 si $(i + j)$ es par y por −1 si $(i + j)$ es impar.

[17] Dado un sistema de ecuaciones representado por $Ax = b$, donde A es una matriz de coeficientes de dimensión $n \times n$, x es un vector columna de n incógnitas y b es un vector de valores conocidos, entonces la regla de Cramer establece que el valor de cualquiera de las incógnitas, digamos x_j, se obtiene como el cociente entre dos determinantes: en el denominador el determinante de la matriz A y en el numerador el determinante de la matriz que resulta de reemplazar la columna j-ésima de la matriz A por el vector b, siempre que el determinante de la matriz A sea diferente de cero.

En segundo lugar podemos evaluar el determinante $D_{(dC_1)}$ mediante su expansión en serie y reemplazar el resultado en la ecuación anterior.[18] Si expandimos conforme a los cofactores correspondientes a la primer columna, obtenemos:

$$dC_1 = \frac{\lambda D_{11}\, dP_1 + \lambda D_{21}\, dP_2 + D_{31}\,(-dI + C_1\, dP_1 + C_2\, dP_2)}{D} \tag{E.6.3}$$

De manera similar, nos queda:

$$dC_2 = \frac{\lambda D_{12}\, dP_1 + \lambda D_{22}\, dP_2 + D_{32}\,(-dI + C_1\, dP_1 + C_2\, dP_2)}{D} \tag{E.6.4}$$

Dividiendo ambos lados de la expresión (E.6.3) por dP_1 y suponiendo que P_2 e I no cambian, es decir, $dP_2 = dI = 0$, entonces,

$$\frac{\partial C_1}{\partial P_1} = \frac{D_{11}\,\lambda}{D} + C_1\,\frac{D_{31}}{D} \tag{E.6.5}$$

El lado izquierdo de esta última expresión es la derivada de la cantidad demandada del bien 1 respecto a su precio, permaneciendo constantes todas las otras variables del sistema. De manera semejante, podemos obtener el cambio de la demanda del bien 1 cuando varía el gasto total, suponiendo que los precios permanecen constantes, es decir, $dP_1 = dP_2 = 0$:

$$\left(\frac{\partial C_1}{\partial I}\right)_{\bar{P}} = -\frac{D_{31}}{D} \tag{E.6.6}$$

E.7. La función de demanda compensada

Es necesario ahora abordar un tema que tendrá importancia más adelante, al analizar el significado de las elasticidades-precio directas y cruzada. Se trata de suponer que, mediante algún mecanismo, el bienestar del consumidor no se altera cuando los precios de los bienes cambian. Podemos suponer, por ejemplo, que el gobierno interviene en el ingreso del consumidor (por medio de un subsidio o un impuesto), de tal forma que le asegura el mínimo ingreso necesario para quedar en el mismo nivel de utilidad, cuando los precios cambian. Las funciones de demanda compensada permiten determinar las cantidades demandadas de los bienes cuando cambian los precios, pero en las condiciones señaladas. Estas cantidades demandadas se obtienen minimizando el gasto del consumidor sujeto a la restricción de que el nivel de utilidad permanezca en un nivel determinado, es decir, $U = \overline{U}$. Por lo tanto, se trata de minimizar el gasto sujeto a esta restricción, o sea:

$$V = \text{mín.}\, L\,(C_1, C_2, \gamma) = P_1\, C_1 + P_2\, C_2 + \gamma\left(\overline{U} - U\,(C_1, C_2)\right) \tag{E.7.1}$$

[18] El determinante de una matriz A de dimensión $n \times n$ se puede escribir como una función de los elementos de cualquier fila i, de tal forma que $|A| = a_{i1} C_{i1} + a_{i2} C_{i2} + \ldots + a_{in} C_{in}$, donde C_{ij} es el cofactor del elemento ubicado en la fila i-ésima y en la columna j-ésima. De igual forma, este determinante se puede escribir en función de los elementos de cualquier columna j y de los cofactores asociados a los mismos, es decir, $|A| = a_{1j} C_{1j} + a_{2j} C_{2j} + \ldots + a_{nj} C_{nj}$.

Siguiendo el mismo procedimiento anterior, derivamos esta ecuación para obtener las condiciones de primer orden:

$$\frac{\partial V}{\partial C_1} = P_1 - \gamma \frac{\partial U(C_1, C_2)}{\partial C_1} = P_1 - \gamma U_1 = 0 \tag{E.7.2}$$

$$\frac{\partial V}{\partial C_2} = P_2 - \gamma \frac{\partial U(C_1, C_2)}{\partial C_2} = P_2 - \gamma U_2 = 0 \tag{E.7.3}$$

$$\frac{\partial V}{\partial \gamma} = \overline{U} - U(C_1, C_2) = 0 \tag{E.7.4}$$

A partir de estas condiciones es posible obtener las funciones de demanda compensada, una para cada bien, que serán del tipo:

$$C_1 = C_1(P_1, P_2, U) \tag{E.7.5}$$

$$C_2 = C_2(P_1, P_2, U) \tag{E.7.6}$$

Observemos que entre las variables explicatorias ya no encontramos el gasto; en su lugar aparece el nivel de utilidad variable que no es posible medir estadísticamente. Por lo tanto, estas ecuaciones no observables indican las cantidades de bienes que se demandarán para alcanzar un nivel de satisfacción determinado, a unos precios dados, de forma que el gasto total sea mínimo. Si en este sistema variamos uno de los precios, dejando todo el resto constante, la solución del mismo nos dará las cantidades que, dados los precios y el nivel de utilidad, minimizan el gasto total, considerando tanto los efectos-precios directos como cruzados. Puesto que el nuevo nivel del gasto, en general, no coincide con el que efectivamente dispone el consumidor, la diferencia será la compensación que se requiere para que el mismo alcance esa combinación óptima de bienes.

Si para una de estas ecuaciones suponemos que el precio del otro bien está dado, el punto de intersección de las curvas de demanda (ordinaria) y de demanda compensada define un par de valores de la cantidad demandada y del precio del bien donde el nivel de utilidad y el gasto es el mismo para ambas curvas. Si ahora el precio del bien aumenta, entonces se le deberá compensar al consumidor con un ingreso adicional tal que le permita mantener el mismo nivel de utilidad; si el precio disminuye, entonces deberá sustraérsele una parte de su ingreso para dejar inalterado su bienestar.

E.8. La ecuación de Slutsky y la función de demanda compensada

Con base en la exposición conceptual sobre la demanda compensada, regresemos a nuestro sistema de ecuaciones de demanda ordinaria. Los cambios en los precios cambian el nivel de satisfacción del consumidor, puesto que el nuevo punto de equilibrio implica un cambio de la curva de indiferencia donde éste se establece. Supongamos ahora que un cambio en un precio se compensa mediante un cambio en el gasto que deja al consumidor en la misma curva de indiferencia, es decir, en el mismo nivel de bienestar. Por ejemplo, un incremento en el precio del bien 1 se acompaña de un incremento en el nivel de gasto total, de tal forma que $dU = 0$; por lo tanto, a partir de la función de utilidad (E.3.1), podemos escribir:

$$dU = U_1\, dC_1 + U_2\, dC_2 = 0 \tag{E.3.2}$$

Puesto que, por la expresión (E.3.14), $U_1 / U_2 = P_1 / P_2$, también es cierto que:

$$P_1\, dC_1 + P_2\, dC_2 = 0 \tag{E.8.1}$$

Por lo tanto, de la última ecuación del sistema (E.4.6), podemos escribir:

$$-dI + C_1\, dP_1 + C_2\, dP_2 = 0 \tag{E.8.2}$$

Si ahora introducimos este resultado en la ecuación (E.6.3) y suponemos que $dP_2 = 0$, obtenemos:

$$\left(\frac{\partial C_1}{\partial P_1}\right)_{\bar{U}} = \frac{D_{11}\,\lambda}{D} \tag{E.8.3}$$

Con base en los resultados obtenidos en las ecuaciones (E.6.6) y (E.8.3) podemos ahora volver a escribir la ecuación (E.6.5) de la siguiente forma:

$$\frac{\partial C_1}{\partial P_1} = \left(\frac{\partial C_1}{\partial P_1}\right)_{\bar{U}} - C_1 \left(\frac{\partial C_1}{\partial I}\right)_{\bar{P}} \tag{E.8.4}$$

Esta última expresión se conoce como la *ecuación de Slutsky*. La derivada del lado izquierdo es la pendiente de la curva de demanda ordinaria del bien de consumo C_1, mientras que el primer término del lado derecho es la pendiente de la curva de demanda compensada. El segundo término del lado derecho es el efecto del cambio en el gasto total. Observemos que esta derivada se refiere a la curva de demanda ordinaria, puesto que la curva de demanda compensada no incluye el gasto total entre sus variables. Si suponemos que el signo de esta última derivada es positivo, la inclinación de la curva de demanda ordinaria es más negativa que la pendiente de la curva de demanda compensada.

El primer término del lado derecho es el *efecto sustitución*, es decir, la tasa a la que el consumidor sustituye el consumo del bien 1 por otros bienes, cuando el precio del bien 1 cambia y él se mueve a lo largo de una curva de indiferencia determinada. El segundo término del lado derecho es el *efecto ingreso*, que mide la reacción del consumidor sobre el consumo del bien 1 cuando cambia el ingreso, con los precios constantes. La suma de los dos términos da el efecto total sobre el consumo del bien 1 cuando cambia el precio de ese bien. Supongamos que disminuye el precio del bien 1. El consumidor deseará sustituir consumo (disminuir) del bien 2 por consumo (aumentar) del bien 1; en primer lugar, porque el segundo es ahora relativamente más barato, y en segundo lugar, porque la disminución del precio del bien 1 es equivalente a un aumento en el ingreso del consumidor. El *efecto sustitución* describe el cambio en el consumo derivado de un cambio en el precio, pero suponiendo que al consumidor se le compensa ese cambio de precio con una modificación tal de su ingreso que le obliga a permanecer en la misma curva de indiferencia. La diferencia entre este punto y el cambio final representa el *efecto ingreso*.

A partir de la expresión (E.8.3), puesto que D es positivo, el signo del *efecto sustitución* depende del signo de D_{11}. Observemos que este determinante es:

$$D_{11} = \begin{vmatrix} U_{22} & -P_2 \\ -P_2 & 0 \end{vmatrix} = -P_2^2 \tag{E.8.5}$$

Es decir, D_{11} es necesariamente negativo. Por lo tanto, el signo del *efecto sustitución* es negativo, es decir, la inclinación de la curva de demanda compensada es decreciente.

Un cambio en el ingreso real puede causar una reasignación de los recursos del consumidor, aun cuando los precios no cambien o cambien todos en la misma proporción. El *efecto ingreso* está dado por el segundo término del lado derecho de la expresión (E.8.4). Puesto que el signo de D_{31} puede ser cualquiera, el signo del *efecto ingreso* también puede ser cualquiera. Por lo tanto, no se conoce *a priori* el efecto final de un cambio de precio sobre el consumo del bien.[19] El bien 1 es un bien *inferior* si el consumo del mismo disminuye cuando el ingreso se incrementa y aumenta cuando el ingreso disminuye, o sea, cuando $\partial C_1 / \partial I < 0$, de tal forma que el *efecto ingreso* es positivo. Un bien *Giffen* es un bien *inferior* con un *efecto ingreso* tan grande que compensa el *efecto sustitución* negativo, de tal forma que el efecto final es positivo, es decir, $\partial C_1 / \partial P_1 > 0$. Esto implica que cuando el precio del bien 1 disminuye, su consumo también disminuye. Este fenómeno puede ocurrir cuando el consumidor es lo suficientemente pobre como para asignar a la compra de este bien un porcentaje significativo de su gasto total, por ser un bien básico para su subsistencia. Si el precio del mismo disminuye, el consumidor verá aumentar su ingreso real; puesto que el consumidor está saturado de consumir este bien, preferirá disminuir el consumo del mismo e incrementar el consumo de otro bien que le provee relativamente más satisfacción.

E.9. Efecto precio cruzado: bienes *sustitutos* y bienes *complementarios*

Podemos ahora analizar el *efecto sustitución cruzado* de un cambio del precio del bien 2 sobre el consumo del bien 1. Con este propósito, si dividimos la expresión (E.6.3) por dP_2, suponiendo que $dP_1 = dI = 0$, obtenemos:

$$\frac{\partial C_1}{\partial P_2} = \frac{D_{21}\,\lambda}{D} + C_2\,\frac{D_{31}}{D} \tag{E.9.1}$$

El cambio de la demanda del bien 1 cuando varía el gasto total, suponiendo que los precios permanecen constantes, es decir, $dP_1 = dP_2 = 0$, es:

$$\left(\frac{\partial C_1}{\partial I}\right)_{\bar{P}} = -\frac{D_{31}}{D} \tag{E.6.6}$$

Si ahora suponemos que $dU = 0$, más arriba demostramos que $-dI + C_1\,dP_1 + C_2\,dP_2 = 0$ (véase la ecuación (E.8.2)). Por lo tanto, si introducimos este resultado en la ecuación (E.6.3) y suponemos que $dP_1 = 0$, obtenemos:

$$\left(\frac{\partial C_1}{\partial P_2}\right)_{\bar{U}} = \frac{D_{21}\,\lambda}{D} \tag{E.9.2}$$

[19] Un resultado que sí se puede anticipar es que cuanto menor sea C_1, menos significativo será el *efecto ingreso*.

Con base en estos dos últimos resultados podemos ahora volver a escribir la ecuación (E.9.1) de la siguiente forma:

$$\frac{\partial C_1}{\partial P_2} = \left(\frac{\partial C_1}{\partial P_2}\right)_{\bar{U}} - C_2 \left(\frac{\partial C_1}{\partial I}\right)_{\bar{P}} \tag{E.9.3}$$

En general, el signo del *efecto sustitución cruzado* es desconocido. Llamemos $S_{12} = D_{21}\, \lambda \,/\, D$ al efecto sustitución cuando la cantidad del bien 1 se ajusta como resultado de una variación del precio del bien 2. Observemos que el determinante D es simétrico, puesto que $U_{12} = U_{21}$; además, $D_{12} = D_{21}$. En efecto:

$$D_{21} = -\begin{vmatrix} U_{12} & -P_1 \\ -P_2 & 0 \end{vmatrix} = P_1\, P_2 \quad \text{y} \quad D_{12} = -\begin{vmatrix} U_{21} & -P_2 \\ -P_1 & 0 \end{vmatrix} = P_1\, P_2$$

Por lo tanto, $S_{12} = S_{21}$. O sea, el efecto sustitución sobre el consumo del bien 1 como resultado de un cambio en el precio del bien 2, S_{12}, es igual al efecto sustitución sobre el consumo del bien 2 como resultado de un cambio en el precio del bien 1, S_{21}. Por medio de un ejemplo concreto podemos apreciar el significado de esta igualdad. Supongamos que el consumidor incrementa su consumo de té en 10 gramos si el precio del café se incrementa en \$1; entonces, debemos esperar que si el precio del té se incrementa en \$1 el consumidor incrementará su consumo de café en 10 gramos.[20]

Dos bienes son *sustitutos* si ambos satisfacen la misma necesidad del consumidor; son *complementarios* si se consumen en forma simultánea para satisfacer la misma necesidad. Ejemplos clásicos de bienes *sustitutos* son el té y el café, mientras que el café y el azúcar son ejemplos de bienes *complementarios*. Podemos obtener una definición más rigurosa de sustituibilidad y complementariedad a partir de la ecuación de Slutsky. Si C_1 y C_2 son *sustitutos*, entonces el *efecto sustitución* es positivo, es decir:

$$\left(\frac{\partial C_1}{\partial P_2}\right)_{\bar{U}} = \frac{D_{21}\, \lambda}{D} > 0$$

Por lo tanto, si el precio del bien 2 se incrementa, el consumidor sustituirá el consumo del mismo por más consumo del bien 1, es decir, la cantidad consumida de este último también se incrementa, y *viceversa*. Si son *complementarios*, entonces:

$$\left(\frac{\partial C_1}{\partial P_2}\right)_{\bar{U}} = \frac{D_{21}\, \lambda}{D} < 0$$

Por la homogeneidad de grado cero de la ecuación de demanda, podemos escribir:[21]

[20] Aun cuando excede los límites de este trabajo desarrollar una demostración rigurosa, cabe señalar que si el problema de optimización se hubiese planteado como el de encontrar la combinación más apropiada para minimizar el gasto, dados los precios y el nivel de utilidad, se puede demostrar que si las funciones de demanda cumplen la condición de Slutsky, provienen necesariamente de una función de utilidad única y de buen comportamiento. Para que esto sea así se requiere que $S_{ij} = S_{ji}$, es decir, que se cumpla la condición de simetría de los efectos de sustitución cruzados.

[21] Recordemos que si $f\,(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ es una función homogénea de grado h, entonces $\sum_{i=1}^{n} (\partial f \,/\, \partial X_i)\, X_i = h\, f\,(X_1, X_2, \ldots, X_n)$. Por lo tanto, si $h = 0$, entonces, $\sum_{i=1}^{n} (\partial f \,/\, \partial X_i)\, X_i = 0\, f\,(X_1, X_2, \ldots, X_n) = 0$.

$$\frac{\partial C_1}{\partial I} I + \frac{\partial C_1}{\partial P_1} P_1 + \frac{\partial C_1}{\partial P_2} P_2 = 0 \tag{E.9.4}$$

Si ahora introducimos las expresiones (E.8.4) y (E.9.3) en esta última ecuación, obtenemos:

$$\frac{\partial C_1}{\partial I} I - \frac{\partial C_1}{\partial I} P_1 C_1 - \frac{\partial C_1}{\partial I} P_2 C_2 + \left(\frac{\partial C_1}{\partial P_1}\right)_{\bar{u}} P_1 + \left(\frac{\partial C_1}{\partial P_2}\right)_{\bar{u}} P_2 = 0 \tag{E.9.5}$$

Por la restricción presupuestal, los tres primeros términos quedan:

$$\frac{\partial C_1}{\partial I} I - \frac{\partial C_1}{\partial I} P_1 C_1 - \frac{\partial C_1}{\partial I} P_2 C_2 = \frac{\partial C_1}{\partial I} I - \frac{\partial C_1}{\partial I} (P_1 C_1 + P_2 C_2) = \frac{\partial C_1}{\partial I} I - \frac{\partial C_1}{\partial I} I = 0$$

En consecuencia:

$$\left(\frac{\partial C_1}{\partial P_1}\right)_{\bar{u}} P_1 + \left(\frac{\partial C_1}{\partial P_2}\right)_{\bar{u}} P_2 = S_1 P_1 + S_{12} P_2 = 0 \tag{E.9.6}$$

donde $S_1 \left[= (\partial C_1 \,/\, \partial P_1)_{\bar{u}} \right]$ es el efecto precio *directo*. Puesto que S_1 es negativo, esta expresión implica que S_{12} es necesariamente positivo, es decir, que ambos bienes son *sustitutos*. Generalizando, este resultado significa que no todos los bienes pueden ser *complementarios*. En el marco de nuestro análisis de dos bienes, ambos bienes sólo pueden ser *sustitutos* entre ellos. En efecto, más arriba vimos que:

$$D_{21} = -\begin{vmatrix} U_{12} & -P_1 \\ -P_2 & 0 \end{vmatrix} = P_1 P_2 > 0$$

Por lo tanto, la expresión (E.9.2) es positiva, es decir, $(\partial C_1 \,/\, \partial P_2)_{\bar{u}} = S_{12} > 0$, confirmándose que el bien 1 es *sustituto* del bien 2.

El resultado anterior se deriva del cumplimiento de la restricción presupuestal, porque dado el gasto total nominal es claro que ante el aumento del precio de un bien, si todos los bienes fuesen *complementarios*, obtendríamos el resultado ilógico de que la cantidad demandada de todos los bienes disminuiría y, por lo tanto, la renta no se gastaría. Si todos fuesen *sustitutos*, la necesaria reducción de la cantidad demandada del bien cuyo precio aumenta dejaría un margen de renta que podría distribuirse entre mayores cantidades demandadas de todos los demás bienes.

E.10. Elasticidades en el sistema de ecuaciones de demanda ordinarias

El sistema de ecuaciones de demanda está sujeto a restricciones que serán analizadas en este apartado, en el marco de un sistema con sólo dos bienes. Para poder desarrollar el tema se requiere definir previamente los siguientes conceptos:

i)

$$e_j = \frac{\partial C_j (P_1, P_2, I)}{\partial P_j} \frac{P_j}{C_j} \qquad j = 1, 2 \tag{E.10.1}$$

es la elasticidad-precio de la demanda del bien *j*; mide en qué porcentaje varía la cantidad demandada del bien *j* ante una variación de 1% en su precio, P_j. Observemos, en primer lugar, que la elasticidad es un número puro, independiente de las unidades de medidas en que se midan los precios y los bienes. En segundo lugar, la elasticidad será negativa si la curva de demanda tiene pendiente negativa, es decir, si $\left(\partial C_j\ (P_1, P_2, I) / \partial P_j\right) < 0$. Por último, el comportamiento del gasto en el bien *j*, $C_j\ P_j$, dependerá del valor de su elasticidad precio, e_j. En efecto:

$$\frac{\partial C_j\, P_j}{\partial P_j} = C_j + P_j\, \frac{\partial C_j}{\partial P_j} = C_j \left(1 + \frac{P_j}{C_j}\, \frac{\partial C_j}{\partial P_j}\right) = C_j\ (1 + e_j) \tag{E.10.2}$$

En consecuencia, el gasto en el bien *j* se incrementa con P_j si $e_j > -1$, permanece constante si $e_j = 1$ y disminuye si $e_j < -1$.

ii)

$$\eta_j = \frac{\partial C_j\ (P_1, P_2, I)}{\partial I}\, \frac{I}{C_j} \qquad j = 1, 2 \tag{E.10.3}$$

es la elasticidad ingreso de la demanda; mide en qué porcentaje varía la cantidad demandada del bien *j* ante una variación de 1% en el gasto, *I*. El signo de esta elasticidad puede ser positivo, negativo o cero, pero normalmente se supone que la misma es positiva.

iii)

$$e_{ik} = \frac{\partial C_i\ (P_1, P_2, I)}{\partial P_k}\, \frac{P_k}{C_i} \qquad i = 1, 2; \qquad k = 1, 2 \tag{E.10.4}$$

es la elasticidad-precio cruzada de la demanda; mide en qué porcentaje varía la cantidad demandada del bien *i* ante una variación de 1% en el precio del bien *k*, P_k

iv)

$$\alpha_j = \frac{P_j\, C_j}{I} \qquad j = 1, 2 \tag{E.10.5}$$

es la participación del gasto en el bien *j* en el gasto total, *I*.

Con estas definiciones, abordemos las restricciones y relaciones que se deben cumplir en el sistema (E.4.8) - (E.4.9).

i) Por el axioma de la no saturabilidad, el gasto disponible para consumo se gasta plenamente. Por lo tanto, la suma de los valores de las cantidades demandadas debe ser igual al gasto total, *I*, es decir:

$$P_1\, C_1\ (P_1, P_2, I) + P_2\ C_2\ (P_1, P_2, I) = I \tag{E.10.6}$$

Dividiendo entre *I*, obtenemos:

$$\alpha_1 + \alpha_2 = 1 \tag{E.10.7}$$

O sea, la suma de las participaciones en el gasto debe ser la unidad.

ii) Más arriba establecimos que el consumidor está libre de "ilusión monetaria", es decir, las cantidades demandadas no se afectan si todos los precios y el gasto total cambian en la misma proporción. En otras palabras, las ecuaciones de demanda son homogéneas de grado cero en todas las variables explicatorias. Por lo tanto, si aplicamos el teorema de Euler a las ecuaciones (E.4.8) y (E.4.9), obtenemos:

$$\frac{\partial C_1}{\partial P_1} P_1 + \frac{\partial C_1}{\partial P_2} P_2 + \frac{\partial C_1}{\partial I} I = 0 \tag{E.10.8}$$

$$\frac{\partial C_2}{\partial P_1} P_1 + \frac{\partial C_2}{\partial P_2} P_2 + \frac{\partial C_2}{\partial I} I = 0 \tag{E.10.9}$$

Dividiendo (E.10.8) entre C_1 y (E.10.9) entre C_2, obtenemos:

$$\frac{\partial C_1}{\partial P_1} \frac{P_1}{C_1} + \frac{\partial C_1}{\partial P_2} \frac{P_2}{C_1} + \frac{\partial C_1}{\partial I} \frac{I}{C_1} = 0 \tag{E.10.10}$$

$$\frac{\partial C_2}{\partial P_1} \frac{P_1}{C_2} + \frac{\partial C_2}{\partial P_2} \frac{P_2}{C_2} + \frac{\partial C_2}{\partial I} \frac{I}{C_2} = 0 \tag{E.10.11}$$

Reemplazando por los símbolos ya definidos, nos queda

$$e_1 + e_{12} + \eta_1 = 0$$

$$e_{21} + e_2 + \eta_2 = 0 \tag{E.10.12}$$

Las igualdades obtenidas en (E.10.12) son las *condiciones de homogeneidad*, que hemos derivado de la condición de homogeneidad de grado cero de las ecuaciones de demanda. Las *condiciones de homogeneidad* nos dicen que la suma de las elasticidades-precio e ingreso de cada ecuación de demanda es igual a cero, es decir, se compensan entre ellas. De otra manera, esta condición establece que la elasticidad ingreso de un bien es igual a la suma, con signo negativo, de las elasticidades respecto a su propio precio y a los precios de todos los otros bienes, consideradas sobre la curva de demanda ordinaria.

iii) Si derivamos la ecuación de restricción presupuestal (E.3.4) respecto a I, obtenemos:

$$1 = P_1 \frac{\partial C_1}{\partial I} + P_2 \frac{\partial C_2}{\partial I} \tag{E.10.13}$$

puesto que los precios están dados y, por lo tanto, sus derivadas respecto al gasto son nulas. Dividiendo y multiplicando cada término por I / C_1 e I / C_2, obtenemos:

$$1 = \frac{P_1 C_1}{I} \frac{\partial C_1}{\partial I} \frac{I}{C_1} + \frac{P_2 C_2}{I} \frac{\partial C_2}{\partial I} \frac{I}{C_2} \tag{E.10.14}$$

o sea:

$$\alpha_1 \eta_1 + \alpha_2 \eta_2 = 1 \tag{E.10.15}$$

La identidad obtenida en (E.10.15) es la *condición de agregación de Engel o de aditividad*, que establece que la suma ponderada de las elasticidades ingreso de las ecuaciones de demanda es igual a 1, donde los ponderadores son las participaciones de cada bien en el gasto total.

iv) Si derivamos la ecuación de la restricción presupuestal (E.3.4), respecto a cada precio, obtenemos:

$$P_1 \frac{\partial C_1}{\partial P_1} + C_1 + P_2 \frac{\partial C_2}{\partial P_1} = 0$$

$$P_1 \frac{\partial C_1}{\partial P_2} + C_2 + P_2 \frac{\partial C_2}{\partial P_2} = 0 \qquad \text{(E.10.16)}$$

Dividiendo entre C_1 y C_2, respectivamente, obtenemos:

$$\frac{\partial C_1}{\partial P_1}\frac{P_1}{C_1} + 1 + \frac{\partial C_2}{\partial P_1}\frac{P_1}{C_2}\frac{C_2}{P_1}\frac{P_2}{C_1} = 0$$

$$\frac{\partial C_1}{\partial P_2}\frac{P_2}{C_1}\frac{C_1}{P_2}\frac{P_1}{C_2} + 1 + \frac{\partial C_2}{\partial P_2}\frac{P_2}{C_2} = 0 \qquad \text{(E.10.17)}$$

Reemplazando y reordenando, nos queda:

$$e_1 + \frac{\alpha_2}{\alpha_1} e_{21} + 1 = 0$$

$$e_2 + \frac{\alpha_1}{\alpha_2} e_{12} + 1 = 0 \qquad \text{(E.10.18)}$$

Las identidades obtenidas en (E.10.18) son las *condiciones de agregación de Cournot*. Observemos que si los valores de las elasticidades-precio son conocidos, de estas ecuaciones podemos obtener los valores de las elasticidades cruzadas. En efecto:

$$e_{21} = -(1 + e_1)\frac{\alpha_1}{\alpha_2}$$

$$e_{12} = -(1 + e_2)\frac{\alpha_2}{\alpha_1} \qquad \text{(E.10.19)}$$

Por lo tanto, si $e_1 = -1$, entonces $e_{21} = 0$; si $e_1 < -1$, entonces $e_{21} > 0$; y si $e_1 > -1$, entonces $e_{21} < 0$.

v) Por último, escribamos la *condición de simetría*:

$$\alpha_1 e_{12} + \alpha_1 \alpha_2 \eta_1 = \alpha_2 e_{21} + \alpha_1 \alpha_2 \eta_2 \qquad \text{(E.10.20)}$$

cuya demostración desarrollaremos más adelante (véase la demostración de la ecuación (E.11.32))

Estas restricciones y condiciones no son todas las que relacionan las variables y parámetros de nuestro sistema. Sin embargo, sólo hemos expuesto las que nos serán útiles para desarrollar el tema en cuestión.

E.11. Relaciones en las ecuaciones de demanda compensadas

A partir de la expresión (E.8.4) podemos ahora identificar la relación entre las elasticidades- precio de la curva de demanda ordinaria y las correspondientes a la curva de demanda compensada. En efecto, si multiplicamos por P_1/C_1 todos los términos de dicha expresión y además por I/I el último de ellos, nos queda:

$$\frac{\partial C_1 / C_1}{\partial P_1 / P_1} = \left(\frac{\partial C_1 / C_1}{\partial P_1 / P_1}\right)_{\bar{u}} - \frac{P_1 C_1}{I}\left(\frac{\partial C_1 / C_1}{\partial P / I}\right)_{\bar{P}} \tag{E.11.1}$$

o sea:

$$e_1 = \xi_1 - \alpha_1 \eta_1 \tag{E.11.2}$$

donde:

$$\xi_1 = \left(\frac{\partial C_1 / C_1}{\partial P_1 / P_1}\right)_{\bar{u}} \tag{E.11.3}$$

es decir, ξ_1 es la elasticidad-precio de la demanda compensada, respecto al precio del bien 1. La expresión (E.11.2) nos dice que la elasticidad-precio de la curva de demanda ordinaria es igual a la elasticidad-precio de la curva de demanda compensada menos la elasticidad-ingreso correspondiente multiplicada por la proporción del gasto en el bien en cuestión respecto del gasto total.[22] Por lo tanto, la curva de demanda ordinaria tiene una elasticidad-precio mayor que la curva de demanda compensada, es decir, e_1 será más negativa que ξ_1, si la elasticidad-ingreso es positiva.

Además, en la curva de demanda compensada se cumple la relación (E.8.1), es decir:

$$P_1\, dC_1 + P_2\, dC_2 = 0 \tag{E.8.1}$$

Si ahora multiplicamos todos los elementos de esta relación por $P_1\, C_1\, C_2 / IC_1\, C_2\, dP_1$, nos queda:

$$\frac{P_1 C_1}{I}\frac{P_1\, dC_1}{C_1\, dP_1}\frac{C_2}{C_2} + \frac{P_2\, C_2}{I}\frac{P_1\, dC_2}{C_2\, dP_1}\frac{C_1}{C_1} = 0$$

o sea:

$$\alpha_1\, \xi_1 + \alpha_2\, \xi_{21} = 0 \tag{E.11.4}$$

donde ξ_{21} es la elasticidad-precio cruzada de la demanda (compensada) del bien 2 respecto al precio del bien 1, es decir:

$$\xi_{21} = \left(\frac{\partial C_2 / C_2}{\partial P_1 / P_1}\right)_{\bar{u}} \tag{E.11.5}$$

[22] Observemos que la elasticidad-ingreso se refiere a la curva de demanda ordinaria. Esta elasticidad no se puede definir en la curva de demanda compensada, puesto que el gasto total no aparece como una de las variables de este sistema.

Observemos que, con base en la expresión (E.11.4), se concluye que, puesto que ξ_1 es negativa, necesariamente ξ_{21} es positiva, resultado consistente con el que obtuvimos al analizar la ecuación (E.9.6).

Ahora podemos obtener la expresión para la elasticidad-precio cruzada de la demanda ordinaria. A partir de la ecuación (E.9.3), multipliquemos todos sus elementos por P_2/C_1 y el último, además, por I/I, para obtener:

$$\frac{\partial C_1}{\partial P_2}\frac{P_2}{C_1}=\left(\frac{\partial C_1}{\partial P_2}\frac{P_2}{C_1}\right)_{\bar{U}}-\frac{C_2\,P_2}{I}\left(\frac{\partial C_1}{\partial I}\frac{I}{C_1}\right)_{\bar{P}} \qquad \text{(E.11.6)}$$

es decir:

$$e_{12}=\xi_{12}-\alpha_2\,\eta_1 \qquad \text{(E.11.7)}$$

Por otra parte, con base en las expresiones (E.11.2) y (E.11.7) podemos ahora obtener la suma de estas dos elasticidades-precio, de tal forma que:

$$e_1+e_{12}=\xi_1-\alpha_1\,\eta_1+\xi_{12}-\alpha_2\,\eta_1=\xi_1+\xi_{12}-\eta_1\,(\alpha_1+\alpha_2)$$

Pero, puesto que $\alpha_1+\alpha_2=1$, nos queda:

$$e_1+e_{12}+\eta_1=\xi_1+\xi_{12} \qquad \text{(E.11.8)}$$

Considerando la condición de homogeneidad (E.10.12), concluimos que:

$$\xi_1+\xi_{12}=0 \qquad \text{(E.11.9)}$$

Así, la elasticidad precio compensada negativa de C_1 respecto a P_1 iguala en valor absoluto a la elasticidad-precio compensada positiva de C_1 respecto a P_2.

Definamos ahora la elasticidad de sustitución, σ_{12}, como:

$$\sigma_{12}=-\frac{d\,(C_2/C_1)/(C_2/C_1)}{d\,(P_1/P_2)/(P_1/P_2)} \qquad \text{(E.11.10)}$$

Es decir, σ_{12} es la relación existente entre la variación relativa de la proporción en que se demandan los bienes y la variación relativa entre los precios de los bienes. En condiciones de equilibrio, la relación (E.11.10) puede expresarse de la siguiente forma:

$$\sigma_{12}=-\frac{d\,(C_2/C_1)/(C_2/C_1)}{d\,(U_1/U_2)/(U_1/U_2)}=-\frac{d\,(C_2/C_1)/(C_2/C_1)}{d\,(TM\,\mathrm{args}_1^2)/(TM\,\mathrm{args}_1^2)} \qquad \text{(E.11.11)}$$

Por lo tanto, existe una relación entre σ_{12} y el grado de la curvatura de la curva de indiferencia. Cuando $\sigma_{12}=\infty$, las curvas de indiferencias son rectas y los bienes perfectamente *sustitutos*. Cuando $\sigma_{12}=0$, las curvas de indiferencias tienen una curvatura nula (son angulares) y los bienes son absolutamente *complementarios*.

El numerador de la ecuación (E.11.11) puede escribirse como:

$$d\left(\frac{C_2}{C_1}\right)=\frac{C_1\,dC_2-C_2\,dC_1}{C_1^2}=-\frac{1}{C_1^2}\left(C_2-\frac{dC_2}{dC_1}C_1\right)dC_1 \tag{E.11.12}$$

Pero, puesto que $-(dC_2\,/\,dC_1)=(U_1\,/\,U_2)$, reemplazando nos queda:

$$d\left(\frac{C_2}{C_1}\right)=-\frac{1}{C_1^2}\left(C_2+\frac{U_1}{U_2}C_1\right)dC_1 \tag{E.11.13}$$

En el denominador de la ecuación (E.11.11), por la expresión (E.3.18), podemos escribir:

$$d\left(\frac{U_1}{U_2}\right)=dTM\arg s_1^2=\frac{1}{U_2^3}\,(-2U_{12}\,U_1\,U_2+U_{11}\,U_2^2+U_{22}\,U_1^2)\,dC_1 \tag{E.11.14}$$

Si sustituimos estos dos últimos resultados en la expresión (E.11.11), nos queda:

$$\sigma_{12}=-\frac{-\dfrac{C_1}{C_1^2\,C_2}\left(C_2+\dfrac{U_1}{U_2}C_1\right)\,dC_1}{\dfrac{U_2}{U_2^3\,U_1}\,(-2U_{12}\,U_2\,U_1+U_{11}\,U_2^2+U_{22}^2\,U_1)\,dC_1} \tag{E.11.15}$$

Simplificando y reordenando, finalmente obtenemos:

$$\sigma_{12}=-\frac{U_2\,U_1}{(-2U_{12}\,U_2\,U_1+U_{11}\,U_2^2+U_{22}^2\,U_1)}\,\frac{(C_1\,U_1+C_2\,U_2)}{C_1\,C_2} \tag{E.11.16}$$

o sea:

$$\sigma_{12}=-\frac{D_{12}^{*}}{D^{*}}\,\frac{(C_1\,U_1+C_2\,U_2)}{C_1\,C_2} \tag{E.11.17}$$

donde D^* es el determinante D (véase la expresión (E.3.15)) orlado con $(-U_1, -U_2)$ en lugar de $(-P_1, -P_2)$ y dividido entre λ^2, es decir, el resultado de sustituir en D los precios por sus valores de equilibrio en términos de las utilidades marginales $(U_1\,/\,\lambda, U_2\,/\,\lambda)$, mientras que D_{12}^{*} es el adjunto correspondiente al elemento de la fila 1 y la columna 2 de esa misma matriz. En efecto:

$$D^{*}=\begin{vmatrix} U_{11} & U_{12} & -(U_1\,/\,\lambda) \\ U_{21} & U_{22} & -(U_2\,/\,\lambda) \\ -(U_1\,/\,\lambda) & -(U_2\,/\,\lambda) & 0 \end{vmatrix}=\frac{U_2^2U_{11}}{\lambda^2}+\frac{U_1^2U_{22}}{\lambda^2}-\frac{U_{12}U_2U_1}{\lambda^2}-\frac{U_{21}U_1U_2}{\lambda^2} \tag{E.11.18}$$

pero, puesto que $U_{12}=U_{21}$, nos queda:

$$D^{*}=\frac{U_2^2\,U_{11}+U_1^2\,U_{22}-2U_{12}\,U_2\,U_1}{\lambda^2} \tag{E.11.19}$$

De acuerdo con la expresión (E.3.17), el numerador de la ecuación (E.11.19) es igual a D. Por otra parte:

$$D^{*}_{12} = -\begin{vmatrix} U_{21} & -(U_2/\lambda) \\ -(U_1/\lambda) & 0 \end{vmatrix} = \frac{U_1 U_2}{\lambda^2} \tag{E.11.20}$$

cuyo denominador es igual al determinante D_{12}. De la expresión (E.11.17) obtenemos:

$$\frac{D^{*}_{12}}{D^{*}} = -\sigma_{12}\,\frac{C_1 C_2}{(C_1 U_1 + C_2 U_2)} \tag{E.11.21}$$

Por otra parte, puesto que en equilibrio $P_i = U_i / \lambda$, podemos escribir:

$$\alpha_1 = \frac{P_1 C_1}{I} = \frac{P_1 C_1}{P_1 C_1 + P_2 C_2} = \frac{C_1 U_1}{C_1 U_1 + C_2 U_2} \tag{E.11.22}$$

Entonces, si reemplazamos en la expresión (E.11.21), nos queda:

$$\frac{D^{*}_{12}}{D^{*}} = -\sigma_{12}\,\frac{\alpha_1 C_2}{U_1} \tag{E.11.23}$$

Con base en las condiciones obtenidas en las expresiones (E.9.1) y (E.6.6) podemos escribir:

$$\frac{\partial C_2}{\partial P_1} = \frac{D_{12}}{D}\lambda - C_1\frac{\partial C_2}{\partial I} \tag{E.11.24}$$

Ahora, si multiplicamos la expresión (E.11.24) por P_1/C_2 y reemplazamos (D_{12}/D) por D^{*}_{12} / D^{*}, nos queda:

$$\frac{\partial C_2}{\partial P_1}\frac{P_1}{C_2} = \frac{P_1}{C_2}\frac{D^{*}_{12}\lambda}{D^{*}} - \frac{P_1 C_1}{C_2}\frac{\partial C_2}{\partial I} \tag{E.11.25}$$

Por una parte, observemos que el lado izquierdo de esta ecuación es e_{21} ; por otra parte, si introducimos la ecuación (E.11.23), consideramos que en el óptimo $U_1 = \lambda P_1$ y multiplicamos y dividimos entre I el último término, nos queda:

$$e_{21} = -\sigma_{12}\,\frac{\lambda P_1}{U_1}\alpha_1 - \frac{P_1 C_1}{I}\frac{\partial C_2}{\partial I}\frac{I}{C_2} = -(\sigma_{12}\,\alpha_1 + \alpha_1\,\eta_2)$$

es decir:

$$-e_{21} = \alpha_1(\sigma_{12} + \eta_2) \tag{E.11.26}$$

Esta última expresión nos dice cómo el efecto sustitución depende de la relación de sustituibilidad entre los bienes en el consumo, medida por la elasticidad de sustitución.

Observemos que por un procedimiento semejante, podemos demostrar que:

$$\sigma_{21} = -\frac{D_{21}^{*}}{D^{*}} \frac{(C_1 U_1 + C_2 U_2)}{C_1 C_2} \tag{E.11.27}$$

donde:

$$D_{21}^{*} = -\begin{vmatrix} U_{12} & -(U_1/\lambda) \\ -(U_2/\lambda) & 0 \end{vmatrix} = \frac{U_1 U_2}{\lambda^2} \tag{E.11.28}$$

Entonces, de acuerdo con las expresiones (E.11.20) y (E.11.28), $D_{12}^{*} = D_{21}^{*}$ y, por lo tanto, $\sigma_{12} = \sigma_{21}$. Con base en los resultados obtenidos en las ecuaciones (E.11.7) y (E.11.26), podemos escribir:

$$\frac{\xi_{12}}{\alpha_2} = \frac{e_{12}}{\alpha_2} + \eta_1 = -\sigma_{12} \tag{E.11.29}$$

y:

$$\frac{\xi_{21}}{\alpha_1} = \frac{e_{21}}{\alpha_1} + \eta_2 = -\sigma_{21} \tag{E.11.30}$$

Pero, puesto que las elasticidades de sustitución son simétricas, es decir, $\sigma_{12} = \sigma_{21}$, entonces:

$$\frac{e_{12}}{\alpha_2} + \eta_1 = \frac{e_{21}}{\alpha_1} + \eta_2 \tag{E.11.31}$$

Por lo tanto:

$$\alpha_1 e_{12} + \alpha_2 \alpha_1 \eta_1 = \alpha_2 e_{21} + \alpha_2 \alpha_1 \eta_2 \tag{E.11.32}$$

que es igual a la expresión (E.10.20), correspondiente a la *condición de simetría*.

E.12. El problema de estimación y el modelo de cantidades

Necesitamos ahora definir las ecuaciones de demanda en el marco de un modelo multisectorial, como el que estamos estudiando. La cantidad demandada de cada uno de los 10 tipos de bienes de consumo es una función de los precios de los mismos y del gasto total. Podemos especificar un modelo en el que cada una de estas variables sean consideradas, influyendo en el consumo por medio de las elasticidades correspondientes. Por ejemplo, una forma posible de estas ecuaciones es:

$$C_j = I^{\eta_j} P_1^{e_{j1}} P_2^{e_{j2}} \ldots P_j^{e_{jj}} \ldots P_{10}^{e_{j10}} \qquad j = 1, 2, 3, \ldots, 10. \tag{E.12.1}$$

El valor de cada uno de los parámetros considerados en esta ecuación $(\eta_j, e_{j1}, e_{j2}, \ldots, e_{j10})$ deberá obtenerse mediante algún procedimiento que tome en cuenta el comportamiento histórico de las variables involucradas en el Modelo. Una alternativa es estimarlos por medios econométricos. Sin embargo, la cantidad de parámetros que es necesario estimar y los problemas prácticos al intentar estimar las elasticidades directas y, sobre todo, cruzadas, hacen muy difícil alcanzar resultados aceptables por medio de este camino. Una forma opcional es inferir las elasticidades precio cruzadas a partir de valores estimados de las elasticidades ingreso y de las elasticidades precio directas. Es decir, con base en los valores estimados sólo para un número más reducido de parámetros (η_j, e_{jj}), el problema consiste en determinar el valor del resto de los parámetros, particularmente de los correspondientes a las elasticidades-precio cruzadas. Con este propósito, el primer paso es encontrar una relación entre las elasticidades-precio cruzadas, las elasticidades-ingreso y la estructura del consumo. En seguida, es necesario discutir cómo proceder en el caso de que no se cuente con estimaciones confiables de las elasticidades-precio directas. El objetivo de esta sección es justamente exponer esta alternativa metodológica, así como sugerir algunos procedimientos prácticos para evaluar el juego de parámetros que finalmente se incluya en el Modelo.

En primer lugar, consideremos que se desea estimar los parámetros para un año base del Modelo, en que todos los índices de precios son iguales a 1. En segundo lugar, supongamos que la utilidad provista por cada bien es independiente de las cantidades consumidas de los otros bienes. Es decir, la utilidad total es el resultado de sumar las utilidades que genera el consumo de cada bien por separado.[23] O sea:

$$U(C_1, C_2, \ldots, C_n) = \sum_{i=1}^{n} F_i\,(C_1) \tag{E.12.2}$$

Podemos escribir:

$$\frac{\partial U}{\partial C_i} = \frac{\partial F_i}{\partial C_i} = U_i$$

y:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial C_i^2} = \frac{\partial^2 F_i}{\partial C_i^2} = \frac{\partial U_i}{dC_i} = U_{ii} \tag{E.12.3}$$

La función de utilidad (E.12.2) es del tipo llamado aditiva, cuya característica principal es la independencia que presenta la demanda de cada bien, lo que intuitivamente las hace atractivas si los bienes considerados constituyen categorías amplias de gasto (*v. gr.* alimentación, vestuarios, etc.), en lugar de bienes detalladamente especificados (*v. gr.* carne de res, camisetas de algodón, etc.). La estricta cuasiconcavidad de la función (E.12.2) exige que $U_{ii}\,(C_i) < 0$, es decir, el decrecimiento de las utilidades marginales, lo que constituye un propiedad de carácter *cardinal*. Para mantener la independencia de los bienes, pero sin obligarnos a formulaciones *cardinalistas*, debe analizarse si dicha independencia implica características observables sobre las funciones de demanda. Diversos teoremas versan sobre este tema. Por ejemplo, se demuestra que una función es aditiva si y sólo si la relación entre las derivadas de las cantidades respecto al gasto total es igual a la relación entre las derivadas de las cantidades respecto a los precios, para todo par de bienes. Observemos que este resultado no resuelve el problema de mantener la independencia sin recurrir a la aditividad, ya que formula una condición necesaria y suficiente para la misma, pero sí indica la línea para investigar

[23] Este supuesto, aun cuando simplifica la exposición, tiene el defecto de acercarnos al enfoque cardinalista de la utilidad.

propiedades directamente económicas de las funciones de demanda que puedan conducir a la independencia de los bienes sin recurrir a la *cardinalidad*. Una forma de definir la independencia sin caer en una interpretación *cardinal* de la función de utilidad es suponer que existe una transformación creciente de la función de utilidad que convierte a ésta en *aditiva*, tal como aparece en la ecuación (E.12.2).

La ecuación de restricción presupuestal es:

$$I = \sum_{i=1}^{n} P_i C_i \tag{E.12.4}$$

Las condiciones de óptimo son:

$$U_i - \lambda P_i = 0$$

$$\frac{U_i}{P_i} = \lambda \tag{E.12.5}$$

El multiplicador λ puede interpretarse como una medida de la "utilidad marginal del ingreso", puesto que mide cuánto aumentará la utilidad si aumenta en una unidad el gasto en cualquier bien. Asociado a λ podemos definir la elasticidad (flexibilidad) de la utilidad marginal del gasto como:

$$\omega = \frac{\partial \lambda}{\partial I} \frac{I}{\lambda} \tag{E.12.6}$$

donde ω mide el porcentaje en que se modifica la utilidad marginal del ingreso cuando el gasto se modifica en 1 por ciento.[24]

Nuestras ecuaciones de demanda son:

$$C_i = C_i\,(P_1, \ldots, P_n, I) \tag{E.12.7}$$

Además, el multiplicador lagrangiano, λ, también es función de los precios y del gasto. Entonces:

$$\lambda = \lambda\,(P_1, \ldots, P_n, I) \tag{E.12.8}$$

Llamemos:

$$h_{ij} = \frac{\partial C_i}{\partial P_j}, \quad H_i = \frac{\partial C_i}{\partial I} \tag{E.12.9}$$

[24] Cuando la función de utilidad es no aditiva, pero existe una transformación creciente de la misma que la convierte en aditiva, con la forma establecida en la ecuación (E.12.2), el parámetro ω debe interpretarse como una medida general de la curvatura del plano de las curvas de indiferencia y no como la elasticidad de la utilidad marginal del gasto total.

Si diferenciamos la ecuación (E.12.4) respecto a P_j y suponemos que I y los otros precios son constantes, es decir, $dI = dP_i = 0$, para todo $i \neq j$, obtenemos:

$$\frac{\partial I}{\partial P_j} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial C_i}{\partial P_j} P_i + C_j = 0$$

$$= \sum_{i=1}^{n} h_{ij} P_i + C_j = 0 \qquad \text{(E.12.10)}$$

Puesto que en un año base los precios son iguales a 1, nos queda:

$$\frac{\partial I}{\partial P_j} = \sum_{i=1}^{n} h_{ij} + C_j = 0 \qquad \text{(E.12.11)}$$

Si diferenciamos la ecuación (E.12.5) respecto a P_j, obtenemos:

$$\frac{\partial U_i}{\partial C_i} \frac{\partial C_i}{\partial P_j} - \lambda \delta_{ij} - \frac{\partial \lambda}{\partial P_j} = 0$$

o sea:

$$U_{ii} h_{ij} - \lambda \delta_{ij} - \frac{\partial \lambda}{\partial P_j} = 0 \qquad \text{(E.12.12)}$$

donde:

$$\delta_{ij} \begin{cases} = 1 & \text{si} \quad i = j \\ = 0 & \text{si} \quad i \neq j \end{cases}$$

Si derivamos la ecuación (E.12.4) respecto a I, suponiendo que todos los precios permanecen constantes, es decir, $dP_i = 0$, obtenemos:

$$1 = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial C_i}{\partial I} P_i = \sum_{i=1}^{n} H_i \qquad \text{(E.12.13)}$$

puesto que $P_i = 1$. Por último, si derivamos la ecuación (E.12.5) con respecto a I, obtenemos:

$$\frac{\partial U_i}{\partial C_i} \frac{\partial C_i}{\partial I} - \frac{\partial \lambda}{\partial I} P_i = U_{ii} \frac{\partial C_i}{\partial I} - \frac{\partial \lambda}{\partial I} = U_{ii} H_i - \frac{\partial \lambda}{\partial I} = 0 \qquad \text{(E.12.14)}$$

Puesto que, como ya mencionamos, cualquier transformación monótona creciente de la función de utilidad también es una función válida, la escala de la función está indeterminada. Esto nos permite introducir cualquier regla de normalización sin violar las condiciones del problema. Elegimos la siguiente normalización:

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{U_{ii}} = -1 \tag{E.12.15}$$

De la ecuación (E.12.14), obtenemos:

$$H_i = \frac{\partial \lambda}{\partial I} \frac{1}{U_{ii}} \tag{E.12.16}$$

Entonces:

$$\sum_{i=1}^{n} H_i = \frac{\partial \lambda}{\partial I} \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{U_{ii}} = \frac{\partial \lambda}{\partial I} \tag{E.12.17}$$

Pero, puesto que, de acuerdo con la expresión (E.12.13):

$$\sum_{i=1}^{n} H_i = 1 \tag{E.12.18}$$

nos queda:

$$\frac{\partial \lambda}{\partial I} = -1 \tag{E.12.19}$$

Entonces, si sustituimos en la ecuación (E.12.6), obtenemos:

$$\omega = \frac{\partial \lambda}{\partial I} \frac{I}{\lambda} = -\frac{I}{\lambda} \tag{E.12.20}$$

Por otra parte, si introducimos la ecuación (E.12.19) en la (E.12.16), nos queda:

$$H_i = -\frac{1}{U_{ii}} \tag{E.12.21}$$

Si ahora reemplazamos en (E.12.12), obtenemos:

$$-\frac{1}{H_i} h_{ij} - \lambda \delta_{ij} - \frac{\partial \lambda}{\partial P_j} = 0 \tag{E.12.22}$$

y despejando, nos queda:

$$h_{ij} = -H_i \left(\lambda \delta_{ij} + \frac{\partial \lambda}{\partial P_j} \right) \tag{E.12.23}$$

Sumando sobre *i*, obtenemos:

$$\sum_{i=1}^{n} h_{ij} = -\sum_{i=1}^{n} H_i \lambda \delta_{ij} - \frac{\partial \lambda}{\partial P_j} \sum_{i=1}^{n} H_i \qquad \text{(E.12.24)}$$

De las ecuaciones (E.12.11) y (E.12.24), considerando que $\delta_{ij} = 0$ si $i \neq j$ y la ecuación (E.12.13), obtenemos:

$$-C_j = -\lambda H_j - \frac{\partial \lambda}{\partial P_j}$$

Despejando, nos queda:

$$\frac{\partial \lambda}{\partial P_j} = C_j - \lambda H_j$$

y reemplazando en (E.12.23), obtenemos:

$$h_{ij} = -H_i \left[\lambda \delta_{ij} + C_j - \lambda H_j\right]$$

$$h_{ij} = -H_i \left[C_j + \lambda(\delta_{ij} - H_j)\right]$$

Expresemos esta relación en términos de elasticidades, para lo cual volvemos a reemplazar los símbolos por sus equivalentes originales:

$$\frac{\partial C_i}{\partial P_j} = -\frac{\partial C_i}{\partial I}\left(C_j + \lambda\left(\delta_{ij} - \frac{\partial C_j}{\partial I}\right)\right)$$

$$= \lambda \frac{\partial C_i}{\partial I}\frac{\partial C_j}{\partial I} - \frac{\partial C_i}{\partial I} C_j - \frac{\partial C_i}{\partial I}\lambda \delta_{ij}$$

$$= \lambda \eta_i \frac{C_i}{I} \eta_j \frac{C_j}{I} - \eta_i \frac{C_i}{I} C_j - \eta_i \frac{C_i}{I} \lambda \delta_{ij}$$

Dividiendo entre C_i, nos queda:

$$\frac{\partial C}{\partial P_j}\frac{1}{C_i} = \frac{\lambda}{I}\eta_i \eta_j \alpha_j - \eta_i \alpha_j - \eta_i \frac{\lambda}{I}\delta_{ij}$$

o sea:

$$\frac{\partial C}{\partial P_j}\frac{1}{C_i} = \frac{\eta_i \lambda}{I}(\eta_j \alpha_j - \delta_{ij}) - \eta_i \alpha_j$$

e introduciendo la expresión (E.12.20), obtenemos:

$$\frac{\partial C}{\partial P_i}\frac{1}{C_i} = e_{ij} = \frac{\eta_i}{\omega}(\delta_{ij} - \eta_j\,\alpha_j) - \eta_i\,\alpha_j \qquad \text{(E.12.25)}$$

es decir:

$$e_{ij} = \eta_i\left[\frac{\delta_{ij} - \eta_j\,\alpha_j}{\omega} - \alpha_j\right] \qquad \text{(E.12.26)}$$

donde e_{ij} es la elasticidad-precio del bien i respecto al precio del bien j. Esta relación se mantiene si "normalizamos" los valores de las elasticidades, ponderándolos por la participación de cada bien en el gasto total. Entonces:

$$e_{ij} = \frac{\eta_i\alpha_i}{\sum_{i=1}^{n}\alpha_i\eta_i}\left[\frac{\delta_{ij} - \sum_{i=1}^{n}\frac{\eta_j\alpha_j}{\alpha_i\eta_i}}{\omega} - \alpha_j\right] \qquad \text{(E.12.27)}$$

es decir:

$$e_{ij} = \mu_i\left[\frac{\delta_{ij} - \mu_j}{\omega} - \alpha_j\right] \qquad \text{(E.12.28)}$$

donde:

$$\mu_i = \frac{\eta_i\,\alpha_i}{\sum_{i=1}^{n}\alpha_i\,\eta_i} \qquad \text{(E.12.29)}$$

Esta última expresión sirve de base para la explicación de la ecuación (V.2) del modelo de cantidades.[25] Analicemos brevemente las ventajas empíricas de esta función. Normalmente será posible contar con información de las cuentas nacionales que nos permitan calcular las α. En nuestro caso, a partir del vector C del sistema de cuentas del Modelo, podremos obtener el vector α_C para el año base, por ejemplo, 1970, simplemente normalizando el vector C. Las elasticidades ingreso, η, se pueden obtener a partir de encuestas sobre el comportamiento del gasto de los hogares, que nos permiten contar con información sobre el consumo de cada tipo de bien en cada estrato de ingreso, con la cual podemos estimar estas elasticidades.

Respecto a las elasticidades precio, normalmente enfrentaremos dos situaciones que pueden dar lugar a procedimientos diferentes:

a) Si no contamos con ninguna estimación confiable de las elasticidades-precio, ni cruzadas ni directas, entonces tendremos que hacer algunas hipótesis arbitrarias sobre el valor de ω. Reempla-

[25] Si bien desde el punto de vista formal, por la *condición de agregación de Engel* o *de aditividad* (véase la ecuación (E.10.15)), $\sum_{i=1}^{n}\alpha_i\,\eta_i = 1$, desde el punto de vista aplicado, esta relación no necesariamente se cumple, en razón de que las elasticidades ingreso pueden estimarse mediante un procedimiento que no garantice dicha relación. Por lo tanto, como se discute más abajo, es necesario que el Modelo asegure la vigencia de la misma en el proceso de su solución numérica.

zaremos sucesivamente los valores de ω en la ecuación (E.12.25) y obtendremos los valores de las elasticidades-precio. Para cada valor supuesto de ω, dados los valores de las α y η, obtendremos un conjunto de elasticidades-precio. Con cada juego de elasticidades podremos simular históricamente nuestro Modelo. Elegiremos aquel valor de ω que sea más razonable desde el punto de vista de la simulación del Modelo.

b) Si contamos con una estimación confiable de alguna de las elasticidades-precio directas, es posible obtener un valor para ω. Es decir, la ecuación (E.12.25) también es válida para el caso $i = j$, de tal forma que:

$$e_{ii} = \frac{\eta_i}{\omega} (1 - \eta_i \, \alpha_i) - \eta_i \, \alpha_i \tag{E.12.30}$$

Si conocemos e_{ii}, α_i y η_i, podemos despejar ω. Con este valor de ω obtenemos los valores de las restantes elasticidades-precio directas y de las elasticidades-precio cruzadas. Si se cuenta con estimaciones de más de una de las elasticidades-precio directas, entonces tendremos una ω por cada una de estas elasticidades. Esto generará valores alternativos de ω. Elegiremos nuevamente de acuerdo con los resultados de la simulación histórica que se obtenga con cada uno de ellos.

E.13. Propiedades de la ecuación de consumo privado del modelo de cantidades

Resta ahora mostrar si la ecuación (E.12.25) cumple con las condiciones del sistema de ecuaciones de demanda. En primer lugar, la *condición de agregación de Engel* (véase la ecuación (E.10.15)) puede escribirse, para el caso general, como:

$$\sum_{i=1}^{n} \alpha_i \, \eta_i = 1 \tag{E.13.1}$$

Esta condición se derivó a partir de la restricción presupuestal; por lo tanto, para que se cumpla en cada periodo es necesario que:

a) $\sum_{i=1}^{n} \alpha_i = 1$, es decir, el gasto total se distribuye plenamente entre los distintos objetos del gasto.

En términos prácticos, esto significa que es necesario recalcular α_C cada vez que cambia el año base, de tal forma que se asegure que esta condición se cumpla.

b) Puesto que α_C cambia, es necesario ajustar los valores de las elasticidades de tal forma que se cumpla la *condición de agregación de Engel*; es decir, es necesario modificar todos los valores originales de las η con el objeto de restablecer la igualdad (E.10.15). Por lo tanto, la ecuación (E.12.25) cumplirá con esta condición siempre que recalculemos α_C y η cada vez que cambiemos el año base. De hecho, la normalización adoptada en la expresión (E.12.28) permite justamente lograr este propósito.

Analicemos ahora el resto de las condiciones. A partir de la ecuación (E.12.25), si sumamos sobre j, obtenemos:

$$\sum_{j=1}^{n} e_{ij} = \frac{\eta_i}{\omega} \sum_{j=1}^{n} (\delta_{ij} - \eta_j \, \alpha_j) - \eta_i \sum_{j=1}^{n} \alpha_j$$

o sea:

$$\sum_{j=1}^{n} e_{ij} = \frac{\eta_i}{\omega} \sum_{j=1}^{n} \delta_{ij} - \frac{\eta_i}{\omega} \sum_{j=1}^{n} \eta_j \, \alpha_j - \eta_i \sum_{j=1}^{n} \alpha_j$$

Pero, puesto que:

$$\sum_{j=1}^{n} \eta_j \, \alpha_j = 1; \quad \sum_{i=1}^{n} \alpha_i = 1 \;\; \text{y} \;\; \sum_{i=1}^{n} \delta_{ij} = 1$$

entonces:

$$\sum_{j=1}^{n} e_{ij} = - \eta_i \tag{E.13.2}$$

Ésta es la forma general de la *condición de homogeneidad* correspondiente a la ecuación (E.10.12). Demostremos ahora la *condición de simetría*. La forma general de esta condición, conforme a la ecuación (E.10.20), es:

$$\alpha_i \, e_{ij} + \alpha_i \, \eta_i \, \alpha_j = \alpha_j \, e_{ji} + \alpha_j \, \eta_j \, \alpha_i \tag{E.13.3}$$

Si remplazamos e_{ij} y e_{ji} por la ecuación (E.12.25), obtenemos:

$$\alpha_i \, \frac{\eta_i}{\omega} (\delta_{ij} - \alpha_j \, \eta_j) - \alpha_i \, \alpha_j \, \eta_i + \alpha_i \, \eta_i \, \alpha_j = \alpha_j \, \frac{\eta_j}{\omega} (\delta_{ji} - \alpha_i \, \eta_i) - \alpha_i \, \alpha_j \, \eta_j + \alpha_j \, \alpha_i \, \eta_i$$

$$\frac{\alpha_i \, \eta_i}{\omega} (\delta_{ij} - \alpha_j \, \eta_j) = \frac{\alpha_j \, \eta_j}{\omega} (\delta_{ji} - \alpha_i \, \eta_i)$$

$$\frac{\alpha_i \, \eta_i}{\omega} \delta_{ij} - \frac{\alpha_i \, \alpha_j \, \eta_i \, \eta_j}{\omega} = \frac{\alpha_j \, \eta_j \, \delta_{ji}}{\omega} - \frac{\alpha_i \, \alpha_j \, \eta_i \, \eta_j}{\omega}$$

$$\alpha_i \, \eta_i \, \delta_{ij} = \alpha_j \, \eta_j \, \delta_{ji} \tag{E.13.4}$$

Esta identidad se cumple para cualquier valor de i y j; por lo tanto, la expresión (E.12.25) no altera la *condición de simetría*.

Por último, analicemos las *condiciones de agregación de Cournot*. La forma general de la ecuación (E.10.18) es:

$$\sum_{i=1}^{n} \alpha_i \, e_{ij} = - \alpha_j \tag{E.13.5}$$

Si reemplazamos e_{ij} por la ecuación (E.12.25), obtenemos:

$$\sum_{i=1}^{n} \left[\frac{\alpha_i \, \eta_i}{\omega} (\delta_{ij} - \alpha_j \, \eta_j) - \alpha_i \, \alpha_j \, \eta_i \right] = - \alpha_j$$

$$\frac{1}{\omega}\sum_{i=1}^{n}\alpha_i\,\eta_i\,\delta_{ij}-\frac{1}{\omega}\sum_{i=1}^{n}\alpha_i\,\eta_i\,\alpha_j\,\eta_j-\alpha_j\,\eta_j\sum_{i=1}^{n}\alpha_i=-\alpha_j$$

$$\frac{1}{\omega}\sum_{i=1}^{n}\alpha_i\,\eta_i\,\delta_{ij}-\frac{\alpha_j\,\eta_j}{\omega}\sum_{i=1}^{n}\alpha_i\,\eta_i-\alpha_j\,\eta_j\sum_{i=1}^{n}\alpha_i\,\eta_i=-\alpha_j$$

$$\frac{\alpha_j\,\eta_j}{\omega}-\frac{\alpha_j\,\eta_j}{\omega}-\alpha_j=-\alpha_j$$

Por lo tanto, $\alpha_j=\alpha_j$. La igualdad se cumple para todo *j*; entonces, la ecuación (E.12.25) mantiene las *condiciones de agregación de Cournot*.

ANEXO F

PAQUETE COMPUTACIONAL "MODELO DE PRECIOS, CANTIDADES Y PRECIOS CORRIENTES *PRECAN*" (VERSIÓN PARA WINDOWS)

Manual del usuario

1. Preparación para la instalación

Usted puede ejecutar *Precan* con Windows 3.1 o Windows 95. Los requisitos mínimos para ejecutar *Precan* son los siguientes:

- Una PC x86 compatible con un procesador 486 (o superior)
- Un ratón
- 16 MB en RAM
- 2 MB de espacio en disco duro para la instalación del programa
- Una unidad de disco flexible de 3 1/2"
- Un monitor VGA o de mayor resolución
- Impresora (opcional)

2. Instalación de *Precan*

Para instalar *Precan* utilizando Windows 95, realice lo siguiente:

1. Inserte el disco de instalación en la unidad de disco flexible
2. En el menú **Inicio**, elija **Ejecutar** (véase la figura 2.1)
3. Escriba x:\instalar (donde x es la letra que representa la unidad de disco flexible), y presione ENTER.
4. Aparecerá la pantalla de la figura 2.2

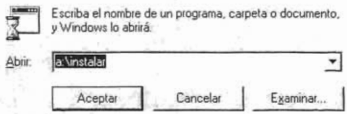


Figura 2.1

Figura 2.2

En el programa está establecido que realizará la instalación desde el disco A:\ hacia el directorio C:\ModPyC en su disco duro. Si desea establecer otro directorio, escriba el nombre donde será copiada la estructura de directorio del programa *Precan*. El programa crea el grupo de Windows; si no desea que sea creado, haga clic en **Crear grupo de Windows**. Para proceder a la instalación del programa elija **Instalar**.

Una vez terminada la instalación aparecerá el grupo de programas creado por Windows (véase figura 2.3); si desactivó la opción **Crear grupo de Windows**, no aparecerá. En este momento termina el programa de instalación.

B7083 es un subdirectorio (carpeta) que contiene las bases de datos para ejecutar los modelos; Mpc.exe es el archivo de la aplicación, que contiene el código del paquete; y User.hlp y User.gid son archivos que contienen información de la ayuda del programa.

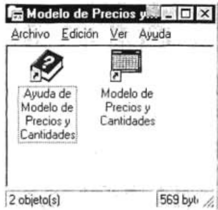
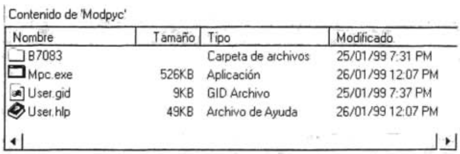


Figura 2.3



Contenido de 'Modpyc'

Nombre	Tamaño	Tipo	Modificado
B7083		Carpeta de archivos	25/01/99 7:31 PM
Mpc.exe	526KB	Aplicación	26/01/99 12:07 PM
User.gid	9KB	GID Archivo	25/01/99 7:37 PM
User.hlp	49KB	Archivo de Ayuda	26/01/99 12:07 PM

Figura 2.4

3. Cómo ejecutar *Precan* desde Windows 95

Antes de correr el programa éste debe ser instalado en su disco duro (véase la sección 2, Instalación de *Precan*). Si lo ejecuta desde la unidad de disco flexible no correrá correctamente por falta de espacio.

Si al momento de la instalación eligió **Crear grupo de Windows**, desde el entorno de Windows 95 haga clic en el botón de Inicio (Start). Seleccione la opción **Programas** (Program Files). Colóquese en **Modelo de Precios y Cantidades Ver 1.0** y para ejecutarlo haga doble clic (véase figura 3.1). Si da doble clic en **Ayuda de Modelo de Precios y Cantidades** se muestra información acerca de la ayuda del programa.

Figura 3.1

Si desactivó la opción **Crear grupo de Windows**, para ejecutar el programa, en el menú **Inicio** elija **Ejecutar** (véase la figura 3.2), escriba c:\ModPyc\mpc.exe y presione ENTER.

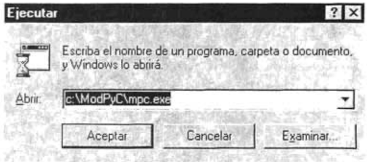


Figura 3.2

Al ejecutar el programa aparece la ventana principal del mismo, que se muestra en la figura 3.3

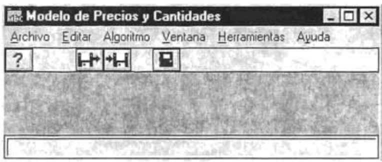


Figura 3.3

El paquete computacional *Precan* resuelve los siguientes algoritmos (modelos):

a) Sistema de Cuentas
b) Modelo de Precios
c) Modelo de Cantidades
d) Modelo de Precios Corrientes

El programa *Precan* consiste en cuatro módulos o proyectos, cada uno de los cuales ejecuta los modelos anteriores. Un proyecto consta de un nombre de archivo (máximo ocho caracteres) y una extensión (un punto y tres caracteres), que indica el modelo que ejecuta. Cada proyecto tiene asociada una base de datos independiente que contiene el año base, el número de actividades y el número de periodos a simular, así como los archivos de datos que lo integran (con el formato aceptado por el programa).

Las extensiones utilizadas por los archivos de cada proyecto son:

- Proyecto Sistema de Cuentas (.sct)
- Proyecto Modelo de Precios (.mpr)
- Proyecto Modelo de Cantidades (.mcd)
- Proyecto Modelo a Precios Corrientes (.mpc)

El primer proyecto que se ejecuta es Sistema de Cuentas. Los siguientes proyectos pueden ejecutarse independientemente o en esta secuencia, si se desea utilizar los valores simulados por el Modelo como entrada del siguiente modelo.

4. Cómo ejecutar Sistema de Cuentas

Este proyecto agrupa las matrices sobre las cuales se habrá de ejecutar el algoritmo Sistema de Cuentas. El cuadro 1 muestra una descripción de cada uno de los archivos de entrada que integran la base de datos de Sistema de Cuentas.

Cuadro 1. *Matrices que conforman la base de datos de entrada de Sistema de Cuentas*

		Dimensiones de la matriz	
Nombre en el Modelo	*Nombre completo de la matriz y nombre utilizado en el programa*	*Número de renglones*	*Número de columnas*
V_X	Matriz de insumos intermedios domésticos de las actividades de producción VX	Igual a número de actividades	Igual a número de actividades
V_C	Matriz de consumo privado de origen doméstico VC	Mismo que número de columnas de Vx	Igual a número de actividades
V_G	Matriz de consumo del gobierno VG	Mismo que número de columnas de Vx	Igual a número de actividades
V_J	Matriz de formación bruta de capital fijo VJ	Mismo que número de columnas de Vx	Igual a número de actividades
L_D	Vector de variación de existencias de origen doméstico LD	Mismo que número de columnas de Vx	1
V_A	Matriz de exportación de bienes y servicios VA	Igual a número de actividades	Mismo que número de columnas de Vx
V_{UX}	Matriz de impuestos indirectos en el margen de comercio de las actividades de producción VUX	Igual a número de actividades	Mismo que número de columnas de V_X
V_{UC}	Matriz de impuestos indirectos (al volumen) en el margen de comercio de las actividades de consumo privado VUC	Igual a número de actividades	Mismo que número de columnas de V_C
V_{UPC}	Matriz de impuestos indirectos (al valor) en el margen de comercio de las actividades de consumo privado VUPC	Igual a número de actividades	Mismo que número de columnas de V_C
V_{UJ}	Matriz de impuestos indirectos (al volumen) en el margen de comercio de la formación bruta de capital fijo VUJ	Igual a número de actividades	Mismo que número de columnas de V_J
V_{UPJ}	Matriz de impuestos indirectos (al valor) en el margen de comercio de la formación bruta de capital fijo VUPJ	Igual a número de actividades	Mismo que número de columnas de V_J
V_{UA}	Vector de impuestos indirectos sobre las actividades de exportación VUA	Igual a número de actividades	Mismo que número de columnas de V_A
V_{BX}	Matriz de importación de insumos para las actividades de producción VBX	Mismo que número de renglones de V_X	Mismo que número de columnas de V_X
V_{BC}	Matriz de consumo privado de origen importado VBC	Mismo que número de renglones de V_X	Mismo que número de columnas de Vc

V_{BJ}	Matriz de formación bruta de capital fijo de origen importado VBJ	Mismo que número de renglones de V_X	Mismo que número de columnas de V_J
L_B	Vector de variación de existencias de origen importado LB	Mismo que número de renglones de V_X	Mismo que número de columnas de L_D
V_H	Matriz de impuestos indirectos (al volumen) sobre las actividades de producción VH	Igual a número de actividades	Mismo que número de columnas de V_X
V_{HP}	Matriz de impuestos indirectos (al valor) sobre las actividades de producción VHP	Igual a número de actividades	Mismo que número de columnas de V_X
T_A	Vector de certificados de devolución de impuestos (cedis) TA	1	Mismo que número de columnas de V_A
W	Vector de remuneración a los asalariados W	1	Mismo que número de columnas de V_X
R_D	Vector de excedente de explotación RD	1	Mismo que número de columnas de V_X

Haga clic en **Archivo** y seleccione **Abrir proyecto Sistema de Cuentas** (véase la figura 4.1). La letra subrayada indica que esta opción también puede seleccionarse con la combinación de teclas ALT y la correspondiente letra subrayada.

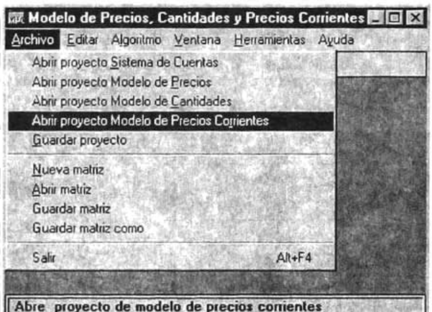


Figura 4.1

A continuación aparecerá la pantalla de la figura 4.2. En esta pantalla existen dos opciones: una es crear un nuevo proyecto y la otra abrir un proyecto creado con anterioridad. Si elige crear un nuevo proyecto, escriba en **Nombre** de archivo el nombre y elija **Aceptar**; si elige trabajar con un proyecto ya creado, selecciónelo de la lista de archivos con extensión .sct que le muestra el programa y elija **Aceptar**.

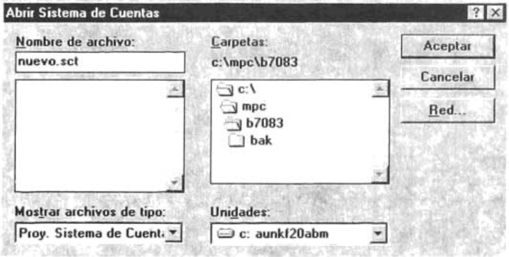


Figura 4.2

- En **Carpetas**, elija la carpeta que contiene la base de datos.
- En **Nombre** de archivo escriba un nombre si es un nuevo proyecto; por ejemplo, escriba "nuevo", o si desea trabajar con uno previamente creado, elíjalo de los nombres que muestra el programa.
- Elija **Aceptar**.

Si eligió un nuevo proyecto, el programa le mostrará la configuración de la base de datos que tiene establecida el modelo (véase la figura 4.3), donde **Año base** es el año base de simulación y **Número de actividades** se refiere al número de actividades de producción. Si desea realizar algún cambio, seleccione **Cambiar**, para que sean tomados en cuenta por el programa.

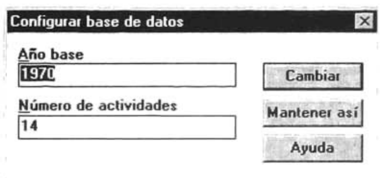


Figura 4.3

A continuación, el programa mostrará la pantalla de la figura 4.4, donde aparecen tres columnas: la primera corresponde al nombre de la matriz en el Modelo, la segunda es el nombre en el proyecto y la tercera indica si es de entrada (exógena) al Modelo. Por ejemplo, la matriz Vx se asocia con el archivo Vx.txt.

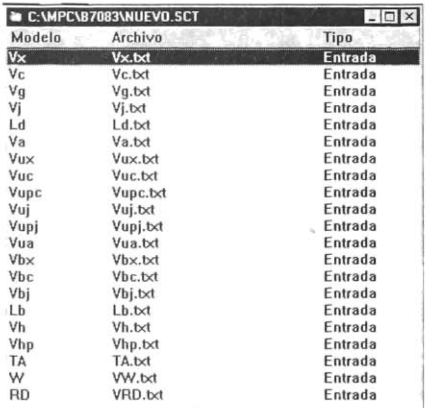


Figura 4.4

En esta ventana puede colocarse con el ratón en alguna de las matrices y hacer doble clic u oprima ENTER y aparecerá la ventana de la figura 4.5. Aquí puede asociar la matriz del Modelo con algún nombre de archivo, diferente del que el programa tiene establecido en la base de datos.

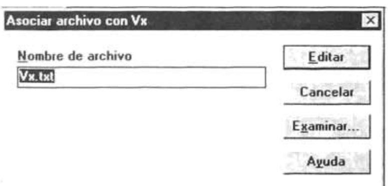
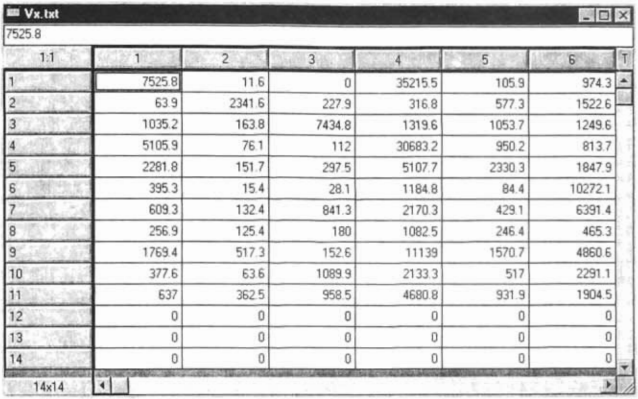


Figura 4.5

Si desea examinar o cambiar los datos de esta matriz, elija **Editar**. A continuación aparecerán los datos en forma tabular (véase la figura 4.6). Colóquese en el dato correspondiente, escriba los nuevos valores y presione ENTER. Para que los cambios sean aceptados, cierre esta ventana con CTRL + F4 y confirme la aceptación (véase la figura 4.7).



1:1	1	2	3	4	5	6
1	7525.8	11.6	0	35215.5	105.9	974.3
2	63.9	2341.6	227.9	316.8	577.3	1522.6
3	1035.2	163.8	7434.8	1319.6	1053.7	1249.6
4	5105.9	76.1	112	30683.2	950.2	813.7
5	2281.8	151.7	297.5	5107.7	2330.3	1847.9
6	395.3	15.4	28.1	1184.8	84.4	10272.1
7	609.3	132.4	841.3	2170.3	429.1	6391.4
8	256.9	125.4	180	1082.5	246.4	465.3
9	1769.4	517.3	152.6	11139	1570.7	4860.6
10	377.6	63.6	1089.9	2133.3	517	2291.1
11	637	362.5	958.5	4680.8	931.9	1904.5
12	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0

Figura 4.6

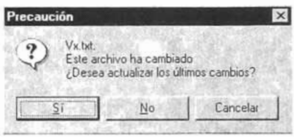


Figura 4.7

Una vez configurado el proyecto ya está listo para ejecutarse. Antes de ejecutarlo puede revisar la configuración de la base de datos, seleccione la opción **Algoritmo** (véase la figura 4.8) y **Configurar base de datos** (véase la figura 4.3). Si realizó cambios en la configuración, elija Cambiar para que sean tomados en cuenta por el programa. Para ejecutar el proyecto, en la opción **Algoritmo** seleccione **Ejecutar** o CTRL + F9 (véase la figura 4.8).

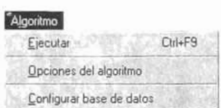


Figura 4.8

Después de ejecutar el programa aparecerá un mensaje de notificación de que el algoritmo ha finalizado. Los resultados del programa son almacenados en un archivo de texto, llamado cuentas.out (véase la figura 4.9). Al elegir **Aceptar**, el programa se cambia a WordPad de Windows 95 o Write (Windows 3.1), y aparece en la pantalla el archivo cuentas.out. Para regresar al programa *Precan*, cierre esta aplicación utilizando ALT + F4.

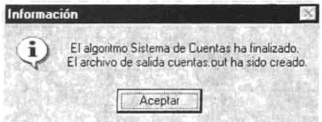


Figura 4.9

Si desea guardar este proyecto para uso posterior, en el menú **Archivo** elija **Guardar proyecto** y el programa lo salva con el nombre que usted dio cuando lo abrió.

5. Cómo ejecutar Modelo de Precios

Este proyecto agrupa los parámetros sobre los cuales se habrá de ejecutar el algoritmo Modelo de Precios.

El cuadro 2 muestra una descripción de cada uno de los archivos de entrada que integran la base de datos de Modelo de Precios.

Cuadro 2. *Matrices que conforman la base de datos de entrada de Modelo de Precios*

		Dimensiones de la matriz	
Nombre en el Modelo	*Nombre completo de la matriz y nombre utilizado en el programa*	*Número de renglones*	*Número de columnas*
P^*	Índice de precios de las actividades de producción P	Igual al número de actividades	Igual al número de periodos
P_B^*	Índice de precios de las actividades de importación PB	Igual al número de actividades	Igual al número de periodos
P_U^*	Índice de los impuestos indirectos (al volumen) en el margen de comercio de las actividades de demanda final PU	Igual al número de actividades	Igual al número de periodos
P_{UX}^*	Índice de los impuestos indirectos en el margen de comercio de los insumos PUX	Igual al número de actividades	Igual al número de periodos
P_H^*	Índice de los impuestos indirectos sobre las actividades de producción (al volumen) PH	Igual al número de renglones de Λ_H	Igual al número de periodos
P_{HP}^*	Índice de los impuestos indirectos sobre las actividades de producción (al valor) PHP	Igual al número de renglones de Λ_{HP}	Igual al número de periodos

P^{*}_{UP}	Índice de los impuestos indirectos (al valor) en el margen de comercio de las actividades de demanda final PUP	Igual al número de actividades	Igual al número de periodos
P^{*}_{TA}	Índice del subsidio a la exportación PTA	Igual al número de actividades	Igual al número de periodos
P^{*}_{UA}	Índice del impuesto a la exportación PUA	Igual al número de actividades	Igual al número de periodos
α_C	Vector de estructura (composición) del consumo de los residentes ALFAC	Igual al número de columnas de Λ_C	1
α_F	Vector de la estructura (composición) del gasto de los no residentes ALFAF	Igual al número de columnas de Λ_C	1
P^{*}_{RD}	Índice del excedente de explotación PRD	Igual al número de actividades	Igual al número de periodos
P^{*}_{W}	Índice del costo del salario PW	Igual al número de actividades	Igual al número de periodos
W^{*}	Índice del salario W	Igual al número de actividades	Igual al número de periodos
q^{*}	Índice de la productividad del trabajo q	Igual al número de actividades	Igual al número de periodos
P^{*}_{A}	Índice de precios de las actividades de exportación PA	Igual al número de actividades	Igual al número de periodos
Λ_X	LambdaX LX	Igual al número de actividades	Igual al número de actividades
Λ_{UX}	LambdaUX LUX[1]	Igual a la suma de renglones de Λ_{UC} y Λ_{UPC}	Igual al número de columnas de Λ_X
Λ_{BX}	LambdaBX LBX	Igual al número de actividades	Igual al número de columnas de Λ_X
Λ_H	LambdaH LH	Igual al número de actividades	Igual al número de columnas de Λ_X
Λ_{HP}	Lambda HPLHP	Igual al número de actividades	Igual al número de columnas de Λ_X
Λ_W	LambdaW LW	1	Igual al número de columnas de Λ_X
Λ_{RD}	LambdaD LRD	1	Igual al número de columnas de Λ_X
Λ_C	LambdaC LC	Mismo que el número de columnas de Λ_X	Igual al número de actividades
Λ_{UC}	LambdaUC LUC	Igual al número de actividades	Igual al número de renglones de C

[1] La suma del número de renglones de P_U más el número de renglones de P_{UP} debe ser igual al número renglones de Λ_{UX}.

Λ_{UPC}	LambdaUPC LUPC	Igual al número de actividades	Igual al número de columnas de Λ_C
Λ_{BC}	LambdaBC LBC	Igual al número de actividades	Igual al número de columnas de Λ_C
Λ_J	LambdaJ LJ	Mismo que el número de columnas de Λ_X	Igual al número de actividades
Λ_{UJ}	Lambda UJ LUJ	Igual al número de renglones de Λ_{UC}	Igual al número de columnas de Λ_J
Λ_{UPJ}	Lambda UPJ LUPJ	Igual al número de renglones de Λ_{UPC}	Igual al número de columnas de Λ_J
Λ_{BJ}	Lambda BJ LBJ	Igual al número de actividades	Igual al número de columnas de Λ_J
Λ_A	Lambda A LA	Igual al número de renglones de Λ_X	Igual al número de actividades
Λ_{UA}	Lambda UA LUA	1	Igual al número de columnas de Λ_A
Λ_{TA}	Lambda TA LTA	1	Igual al número de columnas de Λ_A
Λ_G	Lambda G LG	Mismo que el número de renglones de Λ_X	Igual al número de actividades
α_J	Vector de estructura (composición) de la formación bruta de capital fijo ALFAJ	Igual al número de columnas de Λ_J	1
α_A	Vector de estructura (composición) de la exportación de bienes y servicios ALFAA	Igual al número de columnas de Λ_A	1
α_X	Vector de estructura (composición) del valor bruto de la producción ALFAX	1	Igual al número de actividades
α_E	Vector de estructura (composición) del producto bruto ALFAE	1	Igual al número de actividades
α_B	Vector de estructura (composición) de la importación de bienes y servicios ALFAB	1	Igual al número de actividades
α_G	Vector de estructura (composición) del consumo de gobierno ALFAG	Igual al número de columnas de Λ_G	1

Haga clic en **Archivo** y seleccione **Abrir Modelo de Precios** (véase la figura 5.1). En esta pantalla tiene dos posibilidades: una es crear un nuevo proyecto y la otra es abrir un proyecto creado con anterioridad.

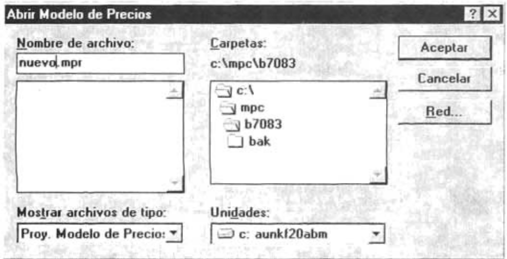


Figura 5.1

- En **Carpetas** elija la carpeta que contiene la base de datos
- En **Nombre de archivo** escriba un nombre si es un nuevo proyecto, o si desea trabajar con uno previamente creado, elíjalo de los nombres que muestra el programa.
- Elija Aceptar

Si eligió trabajar con un nuevo proyecto, el programa le solicitará las opciones de configuración de la base de datos (véase la figura 4.3), que se refieren al año base de simulación, el número de actividades y los periodos en la base de datos. El año base corresponde al año base de simulación; número de actividades son las actividades de producción, y periodos corresponde a las series históricas para la simulación (por ejemplo, si da 14, quiere decir que existen datos históricos para 14 años de simulación). Si las opciones que muestra la pantalla están correctas, elija **Mantener así**; en caso contrario, escriba los datos correctos y elija **Cambiar**, para que sean tomados en cuenta por el programa.

Si eligió un proyecto previamente creado y necesita cambiar la configuración de la base de datos, vaya al menú **Algoritmo** (véase la figura 4.8) y seleccione **Opciones del algoritmo** (véase la figura 4.3).

A continuación, el programa mostrará la pantalla de la figura 5.2, en la cual aparecen tres columnas: la primera corresponde al nombre de la matriz en el Modelo, la segunda es el nombre en el programa y la tercera indica si es de entrada (exógena) al Modelo. Por ejemplo, P* (el asterisco indica que es exógena) se asocia con el archivo P.prn.

Si desea examinar o cambiar los datos de alguna matriz, selecciónela y presione ENTER; a continuación aparecerá la ventana de la figura 4.5; elija **Editar** y los datos aparecerán en forma tabular (véase la figura 5.3). Colóquese en el dato correspondiente, escriba el nuevo valor y presione ENTER. Para que los cambios sean aceptados, cierre esta ventana con CTRL + F4 y confirme la aceptación (véase la figura 4.7).

C:\MPC\B7083\NUEVO.MPR

Modelo	Archivo	Tipo
P*	P.prn	Entrada
Pb*	Pb.prn	Entrada
Pu*	Pu.prn	Entrada
Ph*	Ph.prn	Entrada
Php*	Php.prn	Entrada
Pup*	Pup.prn	Entrada
Pta*	Pta.prn	Entrada
Pua*	Pua.prn	Entrada
ALFAc*	ALFAc.dat	Entrada
ALFAf*	ALFAf.txt	Entrada
PRD*	PRD.prn	Entrada
PW*	PW.prn	Entrada
W*	W.prn	Entrada
Q*	Q.prn	Entrada
Pa*	Pa.prn	Entrada
LAMBDAx	lx.dat	Entrada
LAMBDAux	lux.dat	Entrada
LAMBDAbx	lbx.dat	Entrada

Figura 5.2

P.prn

1

1:1	1	2	3	4	5	6
1	1	1.03951	1.07707	1.32364	1.67331	1.93429
2	1	0.927778	0.966435	1.16286	1.59668	1.72395
3	1	1.09334	1.08269	1.2489	1.83404	1.93894
4	1	1.07408	1.11756	1.2799	1.61767	1.81524
5	1	1.0078	1.01549	1.10132	1.45274	1.6298
6	1	1.01241	1.10195	1.19284	1.51769	1.85017
7	1	1.01388	1.04918	1.13318	1.4095	1.62223
8	1	0.994	0.978	1.03	1.166	1.285
9	1	1.046	1.094	1.237	1.536	1.717
10	1	1.02678	1.07509	1.14385	1.38917	1.67653
14x14						

Figura 5.3

Opciones del Modelo de Precios

Antes de ejecutar el Modelo de Precios, puede revisar las opciones del algoritmo en el menú **Algoritmo** (véase la figura 4.8). Para ello, haga doble clic en **Opciones del algoritmo**; a continuación aparecerá la figura 5.4, la cual muestra los parámetros que tiene establecidos Modelo de Precios en la base de datos.

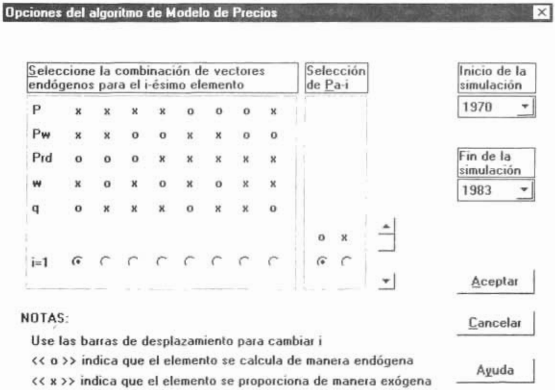


Figura 5.4

En esta pantalla se puede seleccionar la combinación de los vectores endógenos P, P_W, P_{RD}, W, q y P_A y modificar el año de inicio y fin de simulación. Una vez que están correctos estos valores, elija **Aceptar** para que sean tomados en cuenta los cambios por el programa.

Para ejecutar el Modelo, en el menú **Algoritmo** elija **Ejecutar**. Después de ejecutar el programa aparecerá un mensaje de notificación de que el algoritmo ha finalizado. Los resultados del programa son almacenados en un archivo de texto, llamado precios.out (véase la figura 5.5). Al elegir **Aceptar**, el programa se cambia a WordPad de Windows 95 o Write (Windows 3.1), y aparecerá en la pantalla el archivo precios.out. Para regresar al programa *Precan*, cierre esta aplicación utilizando ALT F4.

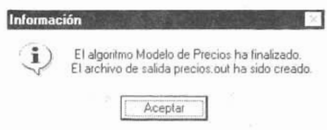


Figura 5.5

Si desea guardar este proyecto para uso posterior, en el menú **Archivo** elija **Guardar proyecto** y el programa lo guardará con el nombre que usted haya seleccionado cuando lo abrió.

6. Cómo ejecutar Modelo de Cantidades

El cuadro 3 muestra una descripción de cada uno de los archivos de entrada que integran la base de datos de Modelo de Cantidades

Cuadro 3. *Matrices que conforman la base de datos de entrada de Modelo de Cantidades*

		Dimensiones de la matriz	
Nombre en el modelo	*Nombre completo de la matriz y nombre utilizado en el programa*	*Número de renglones*	*Número de columnas*
$\overline{P}_C$	Índice general de precios al consumidor PC_	1	Igual al número de periodos
P_{RD}	Índice del excedente de explotación PRD	Igual al número de actividades	Igual al número de periodos
P_W	Índice del costo del salario PW	Igual al número de actividades	Igual al número de periodos
P_C	Índice de precios de las actividades de consumo privado PC	Igual al número de actividades	Igual al número de periodos
C_F^*	Consumo de los no residentes en el mercado interior a precios constantes CF_	1	Igual al número de periodos
J^*	Formación bruta de capital fijo a precios constantes J*	Igual al número de actividades	Igual al número de periodos
A^*	Exportación de bienes y servicios a precios constantes A*	Igual al número de actividades	Igual al número de periodos
G^*	Consumo del gobierno a precios constantes G*	Igual al número de actividades	Igual al número de periodos
L_B^*	Variación de existencias de origen importado a precios constantes LB*	Igual al número de actividades	Igual al número de periodos
L_D^*	Variación de existencias de origen doméstico a precios constantes LD*	Igual al número de actividades	Igual al número de periodos
X^*	Valor bruto de la producción a precios constantes X*	Igual al número de actividades	Igual al número de periodos
Constantes	Parámetros	9	Igual al número de periodos
C	Consumo privado a precios constantes C	Igual al número de actividades	1
α_C	Vector de estructura (composición) del consumo de los residentes ALFAC	Igual al número de columnas de Λ_C	1

η	Vector de elasticidades ingreso Eta	Igual al número de columnas de Λ_C	1
Λ_W	LAMBDA W LW	1	Igual al número de columnas de Λ_X
Λ_{RD}	LAMBDA RD LRD	1	Igual al número de columnas de Λ_X
$\hat{\theta}$	Matriz de distribución del excedente Teta	Igual al número de columnas de Λ_X	1
Λ_J	LAMBDA J LJ	Igual al número de columnas de Λ_X	Igual al número de actividades
Λ_G	LAMBDA G LG	Igual al número de renglones de Λ_X	Igual al número de actividades
Λ_A	LAMBDA A LA	Igual al número de renglones de Λ_X	Igual al número de actividades
Λ_X	LAMBDA X LX	Igual al número de actividades	Igual al número de actividades
Λ_C	LAMBDA C LC	Igual al número de renglones de Λ_X	Igual al número de actividades
Λ_{BC}	LAMBDA BC LBC	Igual al número de actividades	Igual al número de columnas de Λ_C
Λ_{BJ}	LAMBDA BJ LBJ	Igual al número de actividades	Igual al número de columnas de Λ_J
Λ_{BX}	LAMBDA BX LBX	Igual al número de actividades	Igual al número de columnas de Λ_X
Λ_E	LAMBDA E LE	1	Igual al número de columnas de Λ_X
X	Valor bruto de la producción a precios constantes X	Igual al número de actividades	Igual al número de periodos
N	Vector de empleo N	Igual al número de columnas de Λ_W	Igual al número de periodos
q	Índice de la productividad del trabajo q	Igual al número de columnas de Λ_W	Igual al número de periodos
T_A	Vector de certificados de devolución de impuestos (CEDIS) TA	1	Igual al número de columnas de Λ_A

Haga clic en **Archivo** y seleccione **Abrir proyecto Modelo de Cantidades** (véase la figura 6.1).

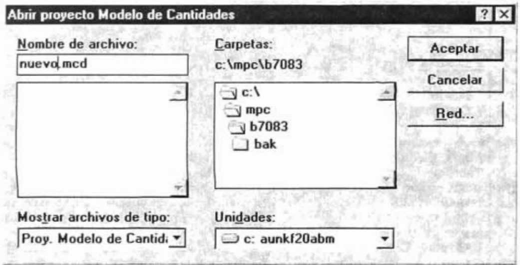


Figura 6.1

- En **Carpetas**, elija la carpeta que contiene la base de datos.
- En **Nombre de archivo** escriba un nombre si es un nuevo proyecto o, si desea trabajar con uno previamente creado, elíjalo de los nombres que muestra el programa.
- Elija **Aceptar**.

Si elige trabajar con un nuevo proyecto, el programa le solicitará las opciones de configuración de la base de datos, que se refieren al año base de simulación, el número de actividades y los periodos en la base de datos. El año base corresponde al año base de simulación, el número de actividades son las actividades de producción y los periodos corresponden a las series históricas para la simulación. Si las opciones que muestra la pantalla están correctas, elija **Mantener así**, en caso contrario, escriba los datos correctos y elija **Cambiar**, para que sean tomados en cuenta por el programa.

A continuación le solicitará indicar el origen de los datos, es decir, si toma los datos históricos o los datos simulados por el modelo de precios para realizar la simulación (véase la figura 6.2). Elija **Cambiar** si cambia la fuente, para que sea tomada en cuenta por el programa.

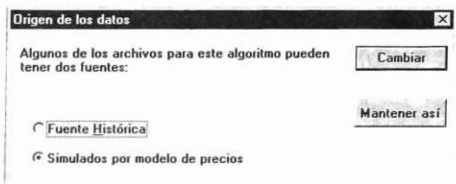


Figura 6.2

A continuación, el programa mostrará la pantalla de la figura 6.3, en la cual aparecen tres columnas: la primera corresponde al nombre de la matriz en el modelo, la segunda es el nombre en el programa y la tercera indica si es de entrada al Modelo. Por ejemplo, pc se asocia con el archivo **pc.dat**; la extensión **.dat** indica que estos archivos fueron generados por el modelo de precios, la extensión **.prn** indica que son series históricas y la extensión **.txt** indica que son matrices estructurales del Modelo.

C:\MPC\B7083\NUEVO.MCD

Modelo	Archivo	Tipo
pc	pc .dat	Entrada
prd	prd.dat	Entrada
pw	pw.dat	Entrada
pc	pc.dat	Entrada
cFast	cf.prn	Entrada
Serie Jast	j.prn	Entrada
Serie Aast	a.prn	Entrada
Serie Gast	g.prn	Entrada
Serie LBas	lb.prn	Entrada
Serie LDas	ld.prn	Entrada
Serie Xast	x.prn	Entrada
Constantes	const.prn	Entrada
C.	c.txt	Entrada
alfac	alfac.dat	Entrada
alfaf	alfaf.txt	Entrada
eta	eing.txt	Entrada
lw	lw.dat	Entrada
lrd	lrd.dat	Entrada
teta	teta.txt	Entrada

Figura 6.3

Si desea examinar o cambiar los datos de alguna matriz, selecciónela y presione ENTER; elija **Editar** (véase la figura 4.5) y los datos aparecerán en forma tabular (véase la figura 5.3). Colóquese en el dato correspondiente, escriba el nuevo valor y presione ENTER. Para que los cambios sean aceptados, cierre esta ventana con CTRL + F4 y confirme la aceptación (véase la figura 4.7).

Opciones de simulación de Modelo de Cantidades

Antes de ejecutar Modelo de Cantidades puede revisar las opciones del algoritmo. Para ello, haga doble clic en **Opciones del algoritmo** y aparecerán las opciones de simulación para Modelo de Cantidades (véase la figura 6.4).

El programa mostrará las opciones establecidas. Si desea cambiar alguna de ellas, escriba el nuevo dato en la posición correspondiente y elija **Aceptar**, para que los cambios sean tomados en cuenta por el programa.

Para ejecutar el Modelo, en el menú **Algoritmo** elija **Ejecutar** (véase la figura 4.8). Después de ejecutar el programa, aparecerá un mensaje de notificación de que el algoritmo ha finalizado. Los resultados del programa son almacenados en un archivo de texto, llamado cantid.out (véase la figura 6.5). Al elegir **Aceptar**, el programa se cambiará a WordPad de Windows 95 o Write (Windows 3.1), y aparecerá en la pantalla el archivo cantid.out. Para regresar al programa *Precan*, cierre esta aplicación, utilizando ALT + F4.

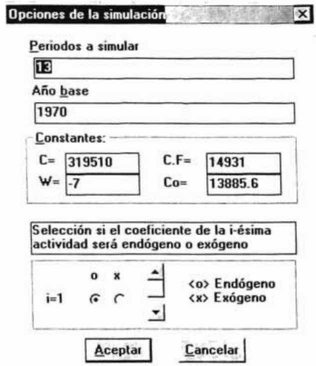


Figura 6.4

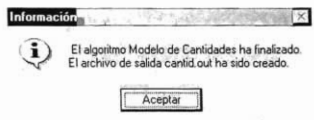


Figura 6.5

7. Cómo ejecutar Modelo de Precios Corrientes

Este proyecto agrupa los parámetros sobre los cuales se habrá de ejecutar el algoritmo Modelo de Precios Corrientes.

El cuadro 4 muestra una descripción de cada uno de los archivos de entrada que integran la base de datos de Modelo de Precios Corrientes.

Cuadro 4. *Matrices que conforman la base de datos de entrada de Modelo de Precios Corrientes*

		Dimensiones de la matriz	
Nombre en el Modelo	*Nombre completo de la matriz y nombre utilizado en el programa*	*Número de renglones*	*Número de columnas*
P_C	Índice de precios de las actividades de consumo privado PC	Igual al número de actividades	Igual al número de periodos
C	Consumo privado a precios constantes C	Igual al número de actividades	Igual al número de periodos
$\overline{P}_F$	Índice de precios del consumo de los no residentes PF_	1	Igual al número de periodos
C_F^*	Consumo de los no residentes en el mercado interior a precios constantes CF	1	Igual al número de periodos
P_J	Índice de precios de las actividades de formación bruta de capital fijo PJ	Igual al número de actividades	Igual al número de periodos
J^*	Formación bruta de capital fijo a precios constantes J	Igual al número de actividades	Igual al número de periodos
P	Índice de precios de las actividades de producción P	Igual al número de actividades	Igual al número de periodos
Z	Excedente de producción a precios constantes Z	Igual al número de actividades	Igual al número de periodos
ZL	ZL	Igual al número de actividades	Igual al número de periodos
ZB	ZB	Igual al número de actividades	Igual al número de periodos
ZA	ZA	Igual al número de actividades	Igual al número de periodos
P_B^*	Índice de precios de las actividades de importación PB	Igual al número de actividades	Igual al número de periodos
B	Importación de bienes y servicios a precios constantes B	Igual al número de actividades	Igual al número de periodos
P_A	Índice de precios de las actividades de exportación PA	Igual al número de actividades	Igual al número de periodos
A^*	Exportación de bienes y servicios a precios constantes A^*	Igual al número de actividades	Igual al número de periodos
L_D^*	Variación de existencias de origen doméstico a precios constantes LD	Igual al número de actividades	Igual al número de periodos

L^*_B	Variación de existencias de origen importado a precios constantes LB	Igual al número de actividades	Igual al número de periodos
Λ_{UC}	Lambda UC LUC	Igual al número de actividades	Igual al número de renglones de C
Λ_{UPC}	Lambda UPC LUPC	Igual al número de actividades	Igual al número de renglones de C
Λ_{UJ}	Lambda UJ LUJ	Igual al número de renglones de Λ_{UC}	Igual al número de renglones de J
Λ_{UPJ}	Lambda UPL LUPJ	Igual al número de renglones de Λ_{UPC}	Igual al número de renglones de J
Λ_{UA}	Lambda UA LUA	1	Igual al número de columnas de Λ_A
Λ_{UX}	Lambda UX LUX	Igual a la suma de renglones de Λ_{UC} y Λ_{UPC}	Igual al número de columnas de Λ_X
P^*_U	Índice de los impuestos indirectos (al volumen) en el margen de comercio de las actividades de demanda final PU	Igual al número de actividades	Igual al número de periodos
P^*_{UP}	Índice de los impuestos indirectos (al valor) en el margen de comercio de las actividades de demanda final PUP	Igual al número de actividades	Igual al número de periodos
P^*_{UA}	Índice del impuesto a la exportación PUA	Igual al número de actividades	Igual al número de periodos
P^*_{UX}	Índice de los impuestos indirectos en el margen de comercio de los insumos PUX	Igual a la suma de renglones de P^*_U y P^*_{UP}	Igual al número de periodos
P_{RA}	Índice de los excedentes de explotación de las actividades de exportación PRA	Igual al número de actividades	Igual al número de periodos
P^*_{TA}	Índice del subsidio a la exportación PTA	Igual al número de actividades	Igual al número de periodos
X	Valor bruto de la producción a precios constantes X	Igual al número de actividades	Igual al número de periodos
E	Producto bruto a precios constantes E	Igual al número de actividades	Igual al número de periodos
Λ_E	Lambda ELE	1	Igual al número de columnas de Λ_X
P_E	Índice del producto bruto PE	Igual al número de actividades	Igual al número de periodos
P_G	Índice de precios de las actividades de consumo del gobierno PG	Igual al número de actividades	Igual al número de periodos
G^*	Consumo del gobierno a precios constantes G^*	Igual al número de actividades	Igual al número de periodos
P_W	Índice del costo del salario PW	Igual al número de actividades	Igual al número de periodos

Λ_W	Lambda W LW	1	Igual al número de columnas de Λ_X
P_{RD}	Índice del excedente de explotación PRD	Igual al número de actividades	Igual al número de periodos
Λ_{RD}	Lambda RD LRD	1	Igual al número de columnas de Λ_X
Λ_H	Lambda H LH	Igual al número de actividades	Igual al número de columnas de Λ_X
Λ_{HP}	Lambda LHP	Igual al número de actividades	Igual al número de columnas de Λ_X
$P_H^{\bullet}$	Índice de los impuestos indirectos sobre las actividades de producción (al volumen) PH	Igual al número de renglones de Λ_H	Igual al número de periodos
$P_{HP}^{\bullet}$	Índice de los impuestos indirectos sobre las actividades de producción (al valor) PHP	Igual al número de renglones de Λ_{HP}	Igual al número de periodos
Constantes	Parámetros	9	Igual al número de periodos
$\hat{\theta}$	Matriz de distribución del excedente Teta	Igual al número de columnas de Λ_X	1

Haga clic en **Archivo** y seleccione **Abrir Precios Corrientes** (véase la figura 7.1).

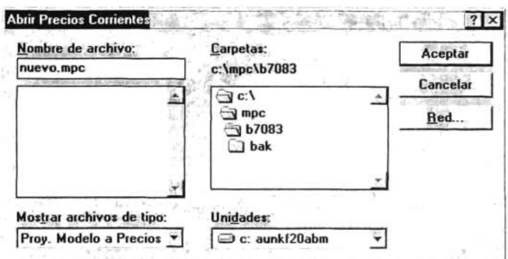


Figura 7.1

- En **Carpetas**, elija la carpeta que contiene la base de datos.
- En **Nombre de archivo** escriba un nombre si es un nuevo proyecto, o si desea trabajar con uno previamente creado, elíjalo de los nombres que muestra el programa.
- Elija **Aceptar**.

Si elige trabajar con un nuevo proyecto, el programa le solicitará las opciones de configuración de la base de datos, que se refieren al año base de simulación, el número de actividades y los periodos en la base de datos. A continuación le solicitará indicar el origen de los datos, es decir, si toma los datos históricos o los datos simulados por los modelos de precios y cantidades para realizar la simulación (véase la figura 7.2). Elija **Cambiar** si cambia la fuente, para que sea tomada en cuenta por el programa.

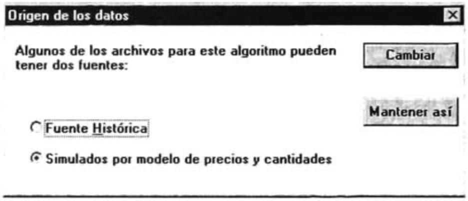
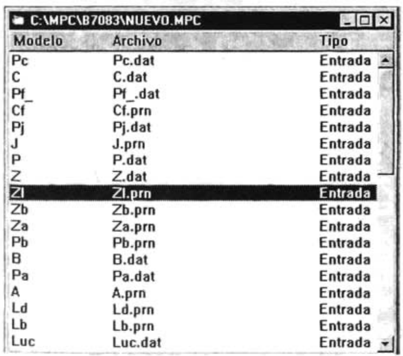


Figura 7.2

A continuación, el programa mostrará la pantalla de la figura 7.3, en la cual aparecen tres columnas: la primera corresponde al nombre de la matriz en el modelo, la segunda es el nombre en el programa y la tercera indica si es de entrada al Modelo. Por ejemplo, Pc se asocia con el archivo Pc.dat; la extensión .dat indica que estos archivos fueron generados por el modelo de precios; la extensión .prn indica que son series históricas y la extensión .txt indica que son datos estructurales del modelo.


C:\MPC\B7083\NUEVO.MPC

Modelo	Archivo	Tipo
Pc	Pc.dat	Entrada
C	C.dat	Entrada
Pf_	Pf_.dat	Entrada
Cf	Cf.prn	Entrada
Pj	Pj.dat	Entrada
J	J.prn	Entrada
P	P.dat	Entrada
Z	Z.dat	Entrada
Zl	Zl.prn	Entrada
Zb	Zb.prn	Entrada
Za	Za.prn	Entrada
Pb	Pb.prn	Entrada
B	B.dat	Entrada
Pa	Pa.dat	Entrada
A	A.prn	Entrada
Ld	Ld.prn	Entrada
Lb	Lb.prn	Entrada
Luc	Luc.dat	Entrada

Figura 7.3

Si desea examinar o cambiar los datos de alguna matriz, selecciónela y presione ENTER; elija **Editar** (véase la figura 4.5) y los datos aparecen en forma tabular (véase la figura 5.3). Colóquese en el dato correspondiente, escriba los nuevos valores y presione ENTER. Para que los cambios sean aceptados, cierre esta ventana con CTRL + F4 y confirme la aceptación (véase la figura 4.7).

Para este algoritmo no existen opciones de configuración, por lo que para ejecutarlo, seleccione **Algoritmo** y después **Ejecutar** (véase la figura 4.8). En este momento el programa verifica que se cumpla la condición de que Z sea igual Zl + Zb + Za, informando si esto no ocurre (véase la figura 7.4); elija **Aceptar** y el programa procederá a ejecutar el algoritmo.

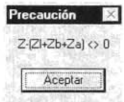


Figura 7.4

Después de ejecutar el programa, aparecerá un mensaje de notificación de que el algoritmo ha finalizado. Los resultados del programa son almacenados en un archivo de texto, llamado precor.out. (véase la figura 7.5). Al elegir **Aceptar**, el programa se cambia a WordPad de Windows 95 o Write (Windows 3.1), y aparece en la pantalla el archivo precor.out. Para regresar al programa *Precan*, cierre esta aplicación utilizando ALT + F4.

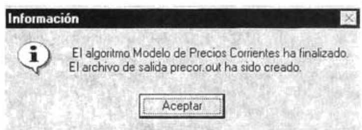


Figura 7.5

8. Formato de matrices manejado por el programa

Los archivos que maneja el programa son de tipo texto (ASCII), los cuales pueden ser creados con algún editor de texto que guarde archivos de este tipo. Un archivo típico de una matriz con el formato aceptado por el programa es el siguiente:

```
TITULO "Matriz de exportación de bienes y servicios VA"
COLUMNAS 14
RENGLONES 14
TITULOS H
"agropecuario y silvicultura"
"minería"
"petroleo y petroquímica"
"bienes necesarios"
"químicos"
"construcción e insumos"
"durables y de capital"
"electricidad"
"comercio"
"comunicación y transporte"
"otros servicios"
"administración general"
"educación"
"gobierno y sanidad"
FIN

TITULOS V
"agropecuario y silvicultura"
"minería"
"petroleo y petroquímica"
"bienes necesarios"
"químicos"
"construcción e insumos"
"durables y de capital"
"electricidad"
"comercio"
"comunicación y transporte"
"otros servicios"
"administración general"
"educación"
"gobierno y sanidad"
FIN
```

DATOS

3060	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	2892.2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	534.2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	6910.1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	575	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	302.8	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	2033.3	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	837.5	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	819.7	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	75.2	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

FIN

En el primer renglón escriba TITULO y entre comillas el título de la matriz. En el siguiente renglón escriba RENGLONES y el número de renglones, después escriba COLUMNAS y el número de columnas. De forma opcional se pueden especificar los títulos de las columnas y renglones. Para los primeros escriba TITULOSV y entre comillas cada rótulo para los rótulos verticales; al terminar, escriba FIN. Para los segundos, escriba TITULOSH y entre comillas cada rótulo para los rótulos horizontales; al terminar escriba FIN. A continuación escriba DATOS y los datos correspondientes de cada renglón; los datos se separan con uno o más espacios en blanco. Para finalizar un renglón dé ENTER y cuando se terminen los datos escriba FIN.

Guarde este archivo con el nombre aceptado por el programa y la extensión correspondiente.

9. Extensiones manejadas por el programa

Los archivos que maneja el programa pueden tener alguna de las siguientes extensiones, dependiendo de la fuente del archivo:

- .prn
- .txt
- .dat

La extensión .prn se utiliza para los archivos de series históricas organizadas por años.

La extensión .txt se utiliza para las matrices del sistema de cuentas (V, V_X, V_B,...).

La extensión .dat se utiliza para los archivos de salida, generados por cada modelo.

10. Editor de matrices

El programa tiene incorporado un editor de matrices simple, el cual se puede utilizar para leer, crear, examinar, modificar y salvar matrices en disco, con el formato utilizado por el programa. En el menú **Archivo** se tienen las opciones para edición indicadas en la figura 10.1.

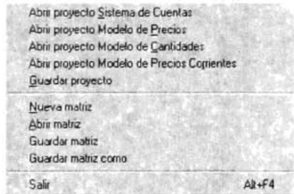


Figura 10.1

Nueva matriz. Crea una nueva ventana de edición de matriz, solicitando el número de renglones y columnas y el valor con el que llenará la matriz.

Abrir matriz. Abre una ventana de edición de matriz para editar un archivo tipo matriz existente en disco. Sólo puede abrir matrices con el formato aceptado por el programa.

Guardar matriz. Solicita el nombre del archivo donde guardará la matriz activa en la ventana de edición. Utilícela cuando por primera vez vaya a nombrar el archivo. Esta matriz es salvada con el formato que acepta el programa.

Guardar matriz como. Solicita el nombre del archivo donde guardará la matriz activa en la ventana de edición. Utilícela para guardar la matriz con un nombre distinto del que tenía. Esta matriz es salvada con el formato que acepta el programa.

Una vez que se tiene una matriz en la ventana de edición, en el menú puede elegir **Editar** y se tienen las opciones que aparecen en la figura 10.2.

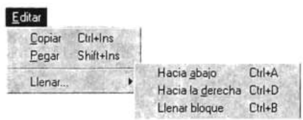


Figura 10.2

Copiar. Copia las celdas seleccionadas al portapapeles de Windows en formato texto.

Pegar. Copia el contenido del portapapeles a la celda activa y siguientes.

Llenar hacia abajo. Copia el contenido de la primera celda seleccionada hacia abajo dentro de toda la selección.

Llenar hacia la derecha. Copia el contenido de la primera celda seleccionada hacia la derecha, dentro de toda la selección.

Llenar bloque. Copia el contenido de la celda activa a todas las celdas seleccionadas.

En el menú **Ventana** se tienen las opciones de edición que aparecen en la figura 10.3.

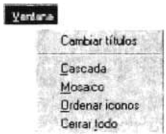


Figura 10.3

Cambiar títulos. Permite cambiar rótulos de columna (renglón) de la matriz cargada en la ventana de edición activa.

Cascada. Ordena las ventanas en cascada.

Mosaico. Ordena las ventanas en mosaico.

Ordenar iconos. Esta opción se utiliza cuando se han abiertos archivos y se han minimizado (aparece sólo el icono en la parte inferior de la pantalla); se utiliza para colocarlos en orden.

Cerrar todo. Cierra todas las ventanas activas.

11. Cómo obtener ayuda en línea

Precan tiene incorporado un sistema de ayuda que usted puede utilizar en cualquier momento. Usted puede obtener ayuda mediante alguno de los siguientes procedimientos:

- Elija **Ayuda** en el menú (véase la figura 11.1). Al elegir **Índice** aparece el contenido de la ayuda disponible (véase la figura 11.2), donde puede seleccionar algunos de los temas que se encuentran subrayados para obtener mayor información. La opción **Cómo hacer** le sugiere cómo empezar a utilizar el programa (véase la figura 11.3) y **Acerca de...** le muestra información acerca del programa.

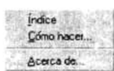


Figura 11.1

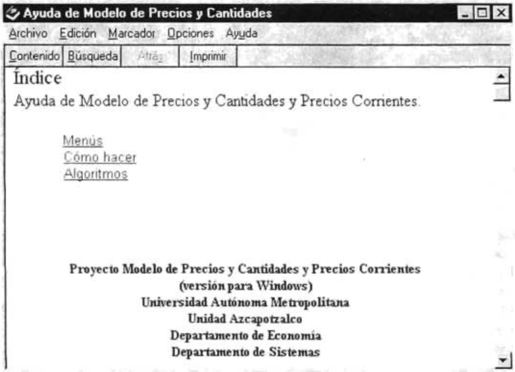


Figura 11.2

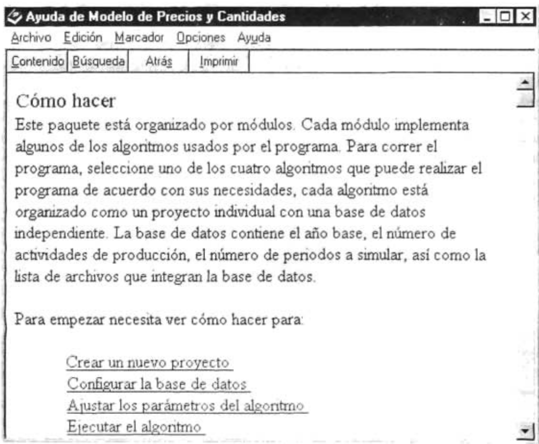


Figura 11.3

- Una vez que ha abierto un proyecto, seleccione F1 y obtendrá información de los archivos que integran la base de datos de entrada correspondiente al proyecto activo (véase la figura 11.4).

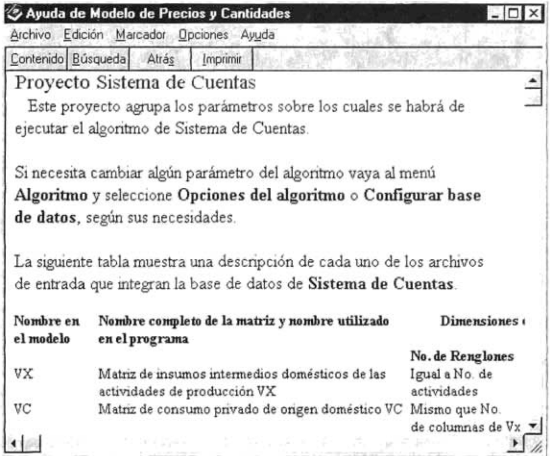


Figura 11.4

- Usted puede utilizar la ayuda por temas, eligiendo **Búsqueda** en el archivo de ayuda. A continuación aparecerá un índice de los temas disponibles (véase la figura 11.5). Puede seleccionar algún tema y dar ENTER, con lo cual aparecerá la información correspondiente.

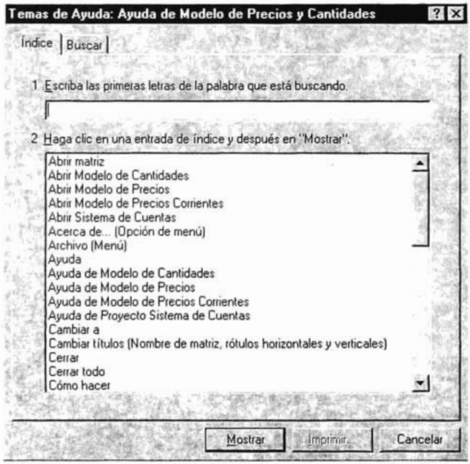


Figura 11.5

Para cerrar una ventana de ayuda y regresar a su trabajo exactamente donde lo dejó, oprima la tecla ESC o cierre la ventana de ayuda.

12. CÓMO OBTENER LISTADOS IMPRESOS DESDE WORD (versiones 6.0 y 7.0).

Precan no maneja directamente la impresión de los resultados desde el programa. Los resultados de la ejecución de cada algoritmo son salvados en archivos de tipo texto, con nombre diferente para cada algoritmo (cuentas.out, precios.out, cantidad.out y precor.out), por lo que si desea una impresión de estos archivos, siga los siguientes pasos:

- Ejecute Word y abra el archivo que desea imprimir.
- Seleccione todo el documento (CTRL + E) y cambie el tipo de fuente a Courier New y el tamaño de la fuente a 5; este tamaño es para garantizar que se impriman en un solo renglón un conjunto de datos renglón de cada matriz.
- Inserte números de página.
- Elija la opción **Configurar página** en el menú **Archivo** y modifique lo siguiente: En **Tamaño de papel** elija **Legal** (8 1/2 x 14 pulg) y en **Orientación** seleccione **Vertical**.
- Revise su documento e inserte los saltos de página necesarios, si desea que las matrices salgan en una hoja completa.

- Seleccione **Imprimir**.
- Cierre Word.

13. Cómo salir del programa

Para terminar, haga doble clic en el icono del programa y elija **Cerrar** o la combinación de teclas ALT + F4. Si no ha salvado el último proyecto con el cual trabajó, el programa le notificará si desea guardarlo (véase la figura 13.1). Elija **Sí**, si desea guardarlo; en caso contrario, elija **No**.

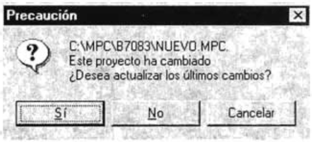


Figura 13.1

ÍNDICE

Un modelo de precios y cantidades
con técnica de insumo-producto
se terminó de imprimir en mayo de 2000
en los talleres de Sans Serif Editores, S.A. de C.V.,
Leonardo da Vinci 199, col. Mixcoac, 03910 México, D.F.
El tiro consta de 500 ejemplares más sobrantes
para reposición.
La composición tipográfica, la formación, la producción
y el cuidado editorial estuvieron a cargo
de Sans Serif Editores,
tel. 5611 37 30, telfax 5611 37 37.
serifed@prodigy.net.mx

PAULA ORTUÑO SÁNCHEZ egresó en 1983 de la licenciatura en Ingeniería Industrial en la Universidad Autónoma Metropolitana-Azcapotzalco. Actualmente cubre el 100% de los créditos en la maestría en Ciencias de la Computación de esta misma institución. Desde 1988 es profesora investigadora del Departamento de Sistemas de la División de Ciencias Básicas e Ingeniería de la UAM-Azcapotzalco. La profesora Ortuño ha impartido los cursos Programación Avanzada (tipos abstractos de datos y estructuras de datos), Computación II (métodos numéricos), Computación I (introducción a la computación, lenguajes de programación Fortran, Pascal, C). En investigación, forma parte del Área de Sistemas Computacionales y su campo de interés es el desarrollo de software de apoyo a la docencia, programación orientada a objetos, optimización combinatoria, teoría de gráficas y programación paralela.

Un modelo de precios y cantidades con técnica de insumo-producto muestra cómo resolver numéricamente un sistema de variables económicas desagregadas, a precios constantes y corrientes, referido a la economía de México. Ese modelo de programación tiene como propósito principal ofrecer información que permita, en el marco de una estructura integral, evaluar propuestas alternativas de política económica, con el fin de asegurar la congruencia entre los diferentes objetivos y metas.

El modelo se basa en la metodología insumo-producto y tiene como marco contable la información suministrada por el Sistema de Cuentas Nacionales de México. Está integrado por dos módulos centrales, otro de índices de precios y un modelo de cantidades, que permiten, en primer lugar, solucionar un sistema de índices de precios de las actividades de producción y de demanda final, y, por último, determinar los niveles de actividad de las mismas, a precios constantes y corrientes. Para esto, el modelo de cantidades incluye un submodelo para calcular el consumo privado, basado en los postulados de la teoría del consumidor.

En el conjunto de variables exógenas del modelo se incluyen instrumentos o parámetros de política económica, que permiten configurar escenarios alternativos. El gasto público, la producción de las empresas públicas, los precios y tarifas del sector público y los impuestos forman parte de este conjunto. Una de las aplicaciones más importantes del modelo es evaluar la compatibilidad de los objetivos propuestos en el nivel sectorial con los correspondientes al nivel macroeconómico. En este proceso, se requiere compatibilizar los valores que se proponen para cada uno de los componentes de demanda final, entre los cuales se incluyen la inversión pública y el consumo del gobierno, con los establecidos para la producción de cada uno de los sectores y para las actividades del sector externo. Una vez establecidos los objetivos y metas, así como los instrumentos por utilizar para la consecución de los mismos, el modelo ayuda a verificar la congruencia y consistencia de las medidas de política económica y su viabilidad en forma conjunta.